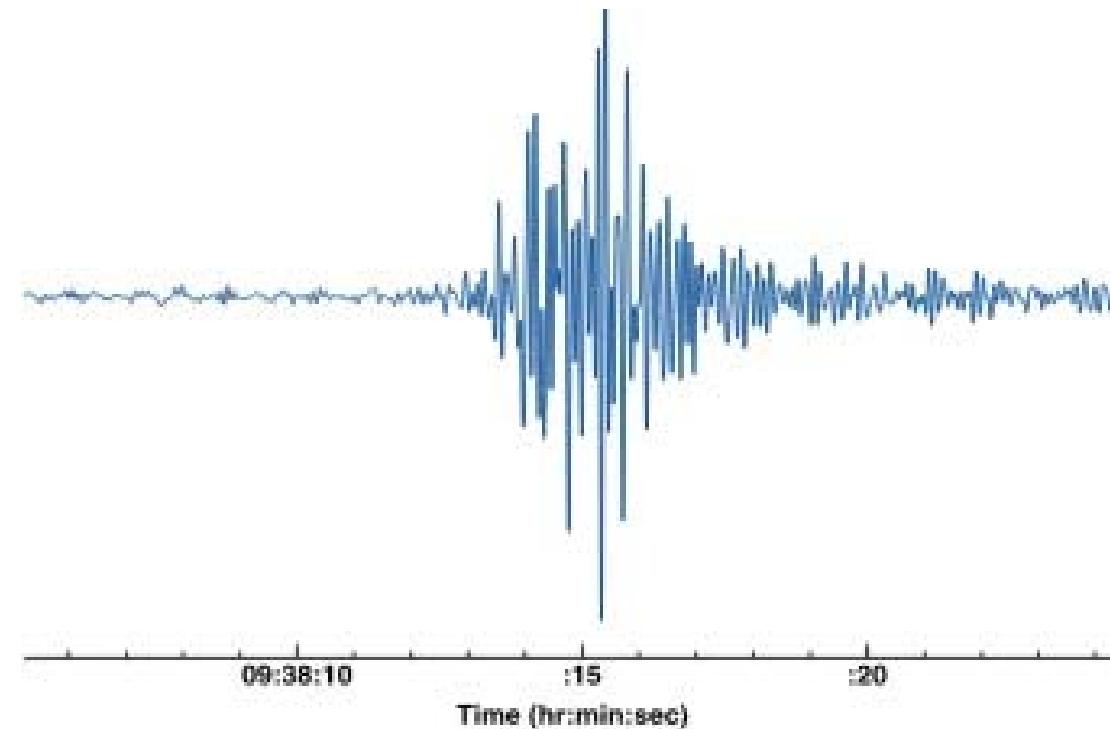


# Dinamika konstrukcija sa zemljotresnim inženjerstvom

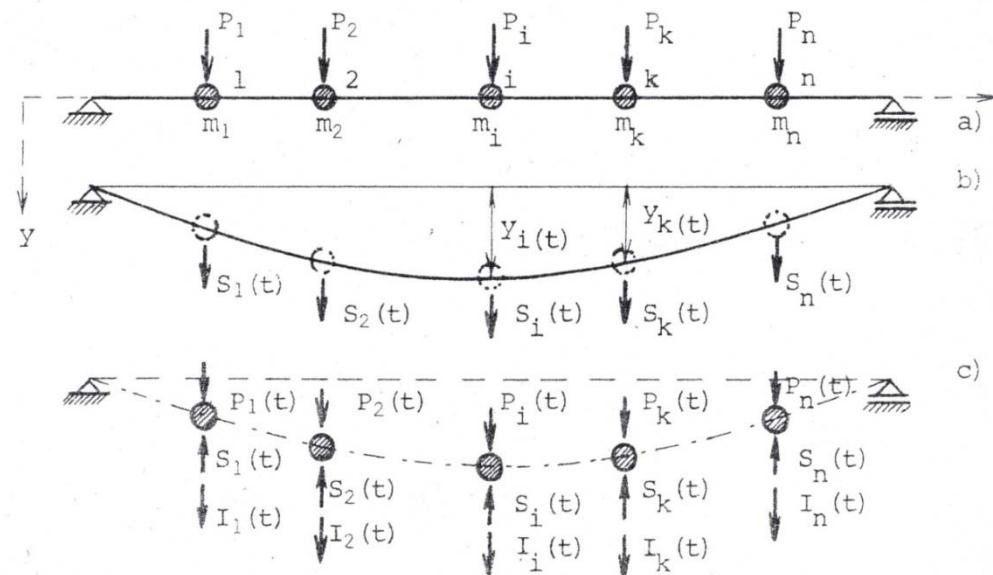


- **UVOD U DINAMIKU KONSTRUKCIJA**
  - **SISTEMI SA JEDNIM STEPENOM SLOBODE**
  - **SISTEMI SA VIŠE STEPENI SLOBODE**
  - **KONTINUALNI SISTEMI**
  - **ANALIZA UTICAJA ZEMLJOTRESA**
-

# Sistemi sa više stepenom slobode

## Prinudne neprigušene oscilacije

Prinudnim oscilacijama nazivaju se oscilacije koje se odvijaju u prisustvu uzroka – pobuđujuće ili perturbacione sile kao spoljnog uticaja koji izaziva to kretanje. Ova sila je nezavisna od samog kretanja sistema i po svojoj prirodi može biti u najopštijem slučaju funkcija koordinata i vremena, tj.  $P = P(x, y, z, t)$  uslova.



*Dinamički model sistema sa prinudnim oscilacijama*

Pomeranje tačke izazvano dejstvom svih restitucionih sila na gredi iznosi:

$$y_i(t) = \delta_{i1}S_1(t) + \delta_{i2}S_2(t) + \cdots + \delta_{in}S_n(t) = \sum_{k=1}^n \delta_{ik}S_k(t). \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$\vec{S} + \vec{P} + \vec{I} = 0$$

$$S_i(t) = P_i(t) + I_i(t). \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

$$I_i = -m_i \ddot{y}_i \quad S_i = \sum_{k=1}^n c_{ik} y_k$$

$$m_i \ddot{y}_i(t) + \sum_{k=1}^n c_{ik} y_k(t) = P_i(t). \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$P_i(t) = \sum_{j=1}^n m_i A_{ij} p_j(t)$$

Funkcija  $p_j(t)$  je funkcija opterećenja, koja je različita za svaki ton oscilovanja.  
Veličine ovih funkcija određuju se koristeći poznate osobine ortogonalnosti sopstvenih formi :

$$\sum_{i=1}^n m_i A_{ir} A_{is} = 0 \quad (s \neq r)$$

$$A_{ij} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)$$

- amplituda ugiba tačke „ pri -tom sopstvenom obliku oscilovanja, pri čemu se kao što je poznato, veličine ugiba u jednoj tački mogu uzeti proizvoljno, dok će u svim ostalim tačkama ugibi biti određeni odnosima amplituda.

$$P_i(t) = \sum_{j=1}^n m_j A_{ij} p_j(t)$$

$$P_1 = m_1(A_{11}p_1 + A_{12}p_2 + A_{13}p_3) /* A_{11}$$

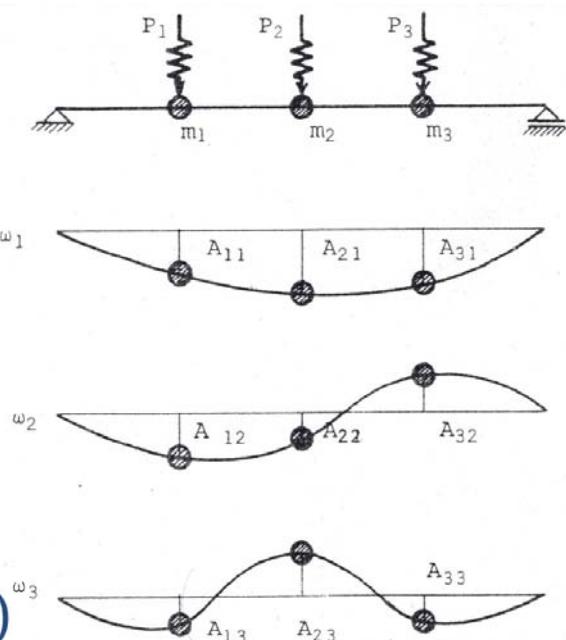
$$P_2 = m_2(A_{21}p_1 + A_{22}p_2 + A_{23}p_3) /* A_{21}$$

$$P_3 = m_3(A_{31}p_1 + A_{32}p_2 + A_{33}p_3) /* A_{31}$$

$$A_{11}P_1 = m_1(A_{11}^2 p_1 + A_{11}A_{12}p_2 + A_{11}A_{13}p_3)$$

$$A_{21}P_2 = m_2(A_{21}^2 p_1 + A_{21}A_{22}p_2 + A_{21}A_{23}p_3)$$

$$A_{31}P_3 = m_3(A_{31}^2 p_1 + A_{31}A_{32}p_2 + A_{31}A_{33}p_3)$$



$$A_{11}P_1 = m_1(A_{11}^2 p_1 + A_{11}A_{12}p_2 + A_{11}A_{13}p_3)$$

$$A_{21}P_2 = m_2(A_{21}^2 p_1 + A_{21}A_{22}p_2 + A_{21}A_{23}p_3)$$

$$A_{31}P_3 = m_3(A_{31}^2 p_1 + A_{31}A_{32}p_2 + A_{31}A_{33}p_3)$$

---

$$\begin{aligned} A_{11}P_1 + A_{21}P_2 + A_{31}P_3 &= m_1A_{11}^2 p_1 + m_2A_{21}^2 p_1 + m_3A_{31}^2 p_1 + \\ &\quad \cancel{m_1A_{11}A_{12}p_2} + \cancel{m_1A_{11}A_{13}p_3} + \cancel{m_2A_{21}A_{22}p_2} + \cancel{m_2A_{21}A_{23}p_3} + \\ &\quad \cancel{m_3A_{31}A_{32}p_2} + \cancel{m_3A_{31}A_{33}p_3} \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^n m_i A_{ir} A_{is} = 0 \quad (s \neq r)$$

$$A_{11}P_1 + A_{21}P_2 + A_{31}P_3 = m_1 A_{11}^2 p_1 + m_2 A_{21}^2 p_1 + m_3 A_{31}^2 p_1$$

$$p_1 = \frac{A_{11}P_1 + A_{21}P_2 + A_{31}P_3}{m_1 A_{11}^2 + m_2 A_{21}^2 + m_3 A_{31}^2}$$

$$p_j = \frac{\sum_{i=1}^n P_i A_{ij}}{\sum_{i=1}^n m_i A_{ij}^2}$$

Pošto su poremećajne sile razvijene po sopstvenim formama, to se može napisati sistem diferencijalnih jednačina kako sledi:

$$m_i \ddot{y}_i(t) + \sum_{k=1}^n c_{ik} y_k(t) = \sum_{j=1}^n m_i A_{ij} p_j(t). \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Rešenje se traži u obliku:

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^n A_{ij} q_j(t). \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad \ddot{y}_i(t) = \sum_{j=1}^n A_{ij} \ddot{q}_j(t). \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$\sum_{j=1}^n \{m_i A_{ij} [\ddot{q}_j(t) + \omega_j^2 q_j(t) - p_j(t)]\} = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

$$\sum_{j=1}^n \{m_i A_{ij} [\ddot{q}_j(t) + \omega_j^2 q_j(t) - p_j(t)]\} = 0, (i = 1, 2, \dots, n).$$

$$\ddot{q}_j(t) + \omega_j^2 q_j(t) = p_j(t) (j = 1, 2, \dots, n)$$

- Razvijanjem perturbacionih sila po sopstvenim formama i njihovim unošenjem u sistem jednačina kretanja, koji predstavlja simultani sistem diferencijalnih jednačina, dobija se sistem nezavisnih jednačina po novim nepoznatim  $q_j(t)$ . Rešavanje ovog sistema svodi se na rešenja jednačina sistema sa jednim stepenom slobode.

### Slučaj kada su prinudne sile harmonijske, sinhronе i sinfazne funkcije

$$P_i(t) = P_i \sin \theta t$$

$$\vec{s}_i(t) + \vec{P}_i(t) + \vec{I}_i(t) = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$S_i(t) + P_i(t) + I_i(t) = 0, (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$y_i(t) = - \sum_{k=1}^n \delta_{ik} S_k(t)$$

$$y_i(t) = \sum_{k=1}^n \delta_{ik} |(P_k(t) + I_k(t))|. (i = 1, 2, \dots, n)$$

Ako se uvede obeležavanje:

$$\tilde{\delta}_{ik} = \sum_{k=1}^n P_k \delta_{kp} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$y_i(t) = \sum_{k=1}^n I_k(t) \delta_{ik} + \tilde{\delta}_{ik} \sin \theta t \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Rešenje za pomeranje se traži u obliku:

$$y_i(t) = C_i \sin \theta t \quad \ddot{y}_i(t) = -\Theta^2 C_i \sin t = -\Theta^2 y_i(t) \quad \textcolor{brown}{y}_i(t) = -\frac{1}{\theta^2} \ddot{y}_i(t). (i = 1, 2, \dots, n)$$

Ako se uvede obeležavanje:  $y_i(t) = -\frac{m_i \ddot{y}_i(t)}{m_i \Theta^2} = \frac{I_i(t)}{m_i \Theta^2}$ .  $(i = 1, 2, \dots, n)$

$$\delta_{ii}^* = \delta_{ii} - \frac{1}{m_i \theta^2}$$

$$I_k(t) = I_k \sin \theta t, \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

konačno se dobija sledeći sistem jednačina:

$$\delta_{11}^* I_1 + \delta_{12} I_2 + \cdots + \delta_{1n} I_n + \delta_{1p} = 0$$

...

$$\delta_{n1} I_1 + \delta_{n2} I_2 + \cdots + \delta_{nn}^* I_n + \delta_{np} = 0$$

$$\delta_{11}^* I_1 + \delta_{12} I_2 + \cdots + \delta_{1n} I_n + \delta_{1p} = 0$$

...

$$\delta_{n1} I_1 + \delta_{n2} I_2 + \cdots + \delta_{nn}^* I_n + \delta_{np} = 0$$

- Ovo je sistem simultanih algebarskih jednačina po nepoznatim amplitudama inercijalnih sila. Njihovim rešavanjem dobijaju se najpre amplitude inercijalnih sila čija je promena u toku vremena data izrazom :

$$I_k(t) = I_k \sin \theta t, \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

- Veličine pomeranja su:

$$y_i(t) = \frac{I_i}{m_i \theta^2} \sin \theta t. \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

- Na osnovu linearne veze između spoljašnjeg opterećenja i unutrašnjih sila, a takođe između napona i unutrašnjih sila sledi:

$$M(t) = M \sin \theta t \qquad T(t) = T \sin \theta t$$

$$N(t) = N \sin \theta t \qquad \sigma(t) = \sigma \sin \theta t$$

Međutim, put koji je ovde izabran ne daje informacije o mogućoj **pojavi rezonance**, tj. poklapanja neke od kružnih frekvencija sopstvenih oscilacija nosača sa kružnom frekvencijom perturbacionih sila. Da bi se i taj problem rešio, potrebno je rešiti i **sekularnu jednačinu sistema**

$$\begin{vmatrix} m_1\delta_{11} - \frac{1}{\omega^2} & m_2\delta_{12} & \dots & m_n\delta_{1n} \\ m_1\delta_{21} & m_2\delta_{22} - \frac{1}{\omega^2} & \dots & m_n\delta_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_1\delta_{n1} & m_2\delta_{n2} & \dots & m_n\delta_{nn} - \frac{1}{\omega^2} \end{vmatrix} = 0$$

i proveriti da li je neki od korena ove jednačine poklapa (ili je vrlo blizak) sa kružnom frekvencijom prinudnih sila.

Ispitivanje rezonance može se pojednostaviti utoliko što se umesto iznalaženja svih korenova sekularne jednačine, može u sekularnu determinantu uneti vrednost kružne frekvencije perturbacione sile i proveriti vrednost determinante. Ako je njena vrednost jednaka (ili bliska) nuli znači da je režim rada sistema blizak rezonantnom području pa ga treba menjati

## Sistemi sa kontinualno raspoređenom masom

Sistemi sa beskonačno stepeni slobode su konstrukcije sa neprekidno raspodeljenom masom duž svih elemenata. Tada se osa svakog štapa mora posmatrati kao beskonačni niz tačaka, opterećenih malim koncentrisanim masama, koje se nalaze na beskonačno malim odstojanjima.

Približne metode se mogu podeliti u tri glavne kategorije.

Prva kategorija se sastoji u uprošćavanju konstruktivnog sistema usvajanjem pogodnog dinamičkog modela. Ovde spadaju:

- 1) metoda redukcionih masa;
- 2) zamena datog sistema ekvivalentnim sistemom;
- 3) metoda zamene kontinualno raspodeljene mase diskretnim skupom koncentrisanih masa.

## Sistemi sa kontinualno raspoređenom masom

Druga kategorija se zasniva na približnom rešavanju diferencijalnih jednačina problema na modelu sa konačnim brojem stepeni slobode (metoda konačnih razlika, metoda iteracije, metoda konačnih elemenata idr.).

Treća kategorija se odnosi na primenu varijacionih metoda, gde se koriste ekstremalna svojstva svojstvenih frekvencija. U ovu grupu se ubrajaju Reli-Ricova i Galerkinova metoda.

## •ZEMLJOTRESNO INŽENJERSTVO

### Uvod

Zemljotresno inženjerstvo je grana inženjerstva posvećena smanjenju, odnosno ublažavanju seizmičkog rizika kroz planiranje, projektovanje, građenje i upravljanje objektima i opremom čija se otpornost na zemljotres zahteva i uslovjava.

Osnovni zahtevi kod projektovanja seizmički otpornih objekata.:

- da u slučaju zemljotresa gubici ljudskih života, broj povređenih i ukupno oštećenje budu minimalni
  
- da troškovi opravke odnosno rehabilitacije oštećenih objekata ne bi trebalo da prevaziđu uvećane troškove projektovanja, izgradnje i finansiranja kojima se moglo preduprediti prouzrokovano oštećenje ili rušenje, kao i povrede ljudi i gubitke ljudskih života.

## •ZEMLJOTRESNO INŽENJERSTVO

### Uvod

Pod zemljotresom se podrazumevaju pojave naglog oscilovanja, kolebanja, talasanja i uopšte sva kretanja i pomeranja površine Zemljine kore ili njenih unutrašnjih delova, odnosno vodenog pokrivača, koji su izazvani pokretima u dubokim pokretnim delovima, u samoj čvrstoj Zemljinoj kori, ili ređe na samoj njenoj površini, kao posledica narušavanja ravnoteže sila koje u tim prostorima deluju.

Zemljotresno inženjerstvo, u savremenim uslovima, predstavlja naučnu multidisciplinarnu oblast posvećenu istraživanjima s ciljem obezbeđenja prihvatljivog nivoa seizmičke sigurnosti objekta.

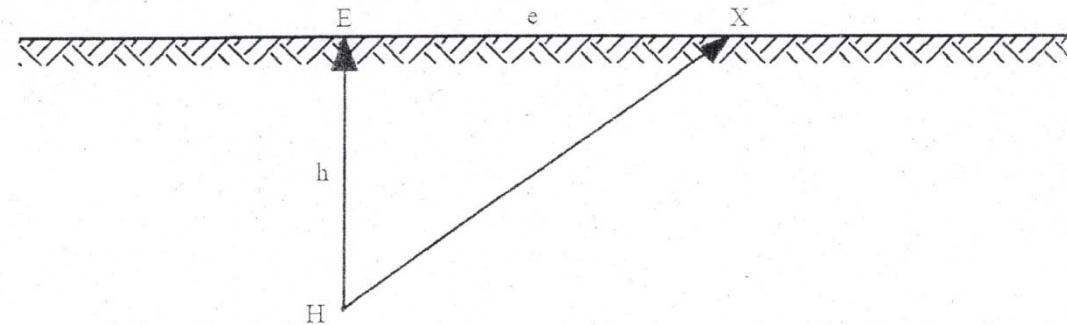
Najsloženiji su zemljotresi tektonskog porekla, oni čine oko 85% svih zemljotresa, a oko 80% su neposredno vezani za kretanja duž rasednih površina između blokova. Zemljotresi se najčešće dešavaju u Tihom okeanu (oko 60%) i oslobođi se oko 80% energije.

# ZEMLJOTRESNO INŽENJERSTVO

## Parametri zemljotresa

Oblast u unutrašnjosti Zemlje, gde počinje inicijalni udar, naziva se ognjište, žarište, fokus ili **hipocentar**, i nalazi se na dubini od 5 do 700 km, najčešće do 60 km.

Projekcija hypocentra na površinu Zemlje naziva se **epicentar** ili epicentralno područje, dok se maksimalna razaranja javljaju u predelu pleistoseista.



*Hipocentar i epicentar zemljotresa*

Momenat nastajanja zemljotresa naziva se **hipocentralno vreme**, a početak podrhtavanja tla naziva se **epicentralno vreme**.

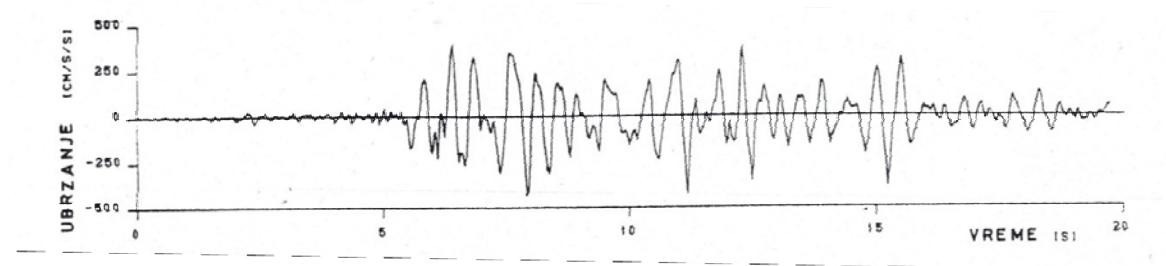
Elastični talasi koji nastaju u hypocentru i koji se prostiru kroz Zemlju nazivaju se **seizmički talasi**. Linije koje spajaju tačke u kojima je intenzitet zemljotresa isti nazivaju se **izoseizste**.

# ZEMLJOTRESNO INŽENJERSTVO

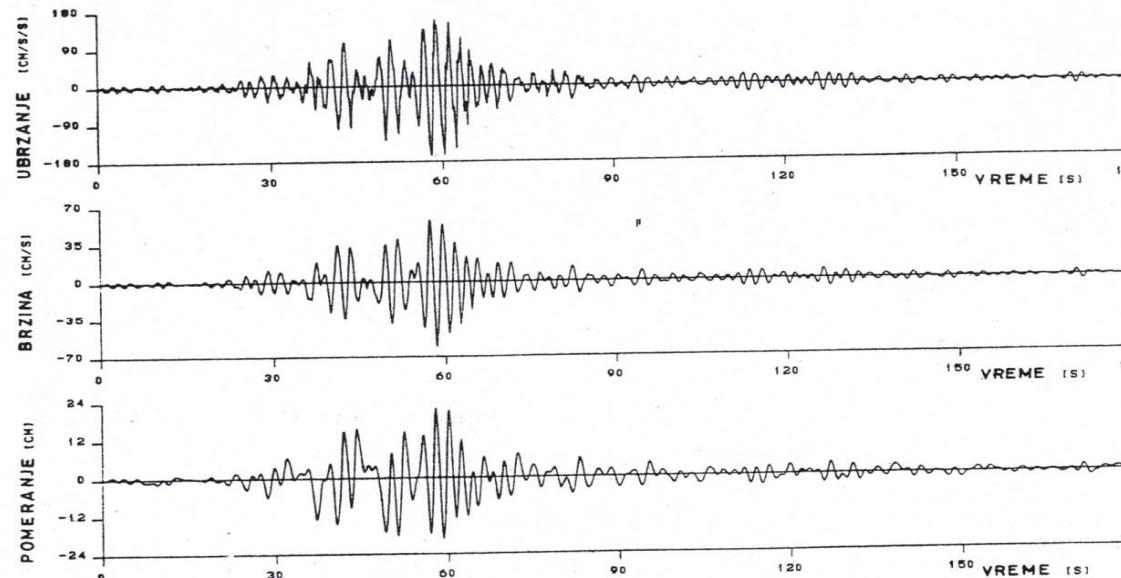
## Parametri zemljotresa

Najvažniji parametar jačine zemljotresa je **magnituda** (M). Taj pojam je uveo **F. Richter** (1935) i ona zavisi neposredno od energije potresa. Osnovni podatak za određivanje magnitude je maksimalna amplituda dobijena na zapisu seizmograma.

Da bi jedan građevinski objekat mogao dovoljno tačno da se izračuna na dejstvo zemljotresa, potrebno je imati precizne podatke o pomeranju i ubrzanju tla koje se javlja prilikom zemljotresa. Zapisи koji predstavljaju komponente pomeranja tla u određenom pravcu nazivaju se **seizmogrami**, a komponente ubrzanja tla **akcelerogrami**.



## ZEMLJOTRESNO INŽENJERSTVO



Slika 5.26 Vremenski tok horizontalnog ubrzanja, brzine i pomeranja tla za vreme zemljotresa u Meksiku 19. septembra 1985. Registracija Mexico City, SCT, N90W

Početni deo zapisa odlikuje se relativno malim amplitudama i relativno kraćim periodama što je uticaj longitudinalnih talasa. Ovaj interval je utoliko duži ukoliko je epicentar udaljeniji.

Srednji deo zapisa ima najveće amplitude i predstavlja glavni deo zemljotresa. Prelaz iz početnog ka srednjem delu zapisa uvek je jasno određen.

Završni deo zapisa odlikuje se laganim opadanjem amplitude i produžavanjem perioda. Prelaz iz srednjeg ka završnom delu zapisa nije uvek jasno određen.

## •ZEMLJOTRESNO INŽENJERSTVO

Prosečna dužina trajanja zemljotresa iznosi od 10 do 40 s. Maksimalna ubrzanja tla kod veoma jakih zemljotresa iznose i do  $4,0 \text{ m/s}^2$ , odnosno  $0,4 g$  (gde je  $g$  ubrzanje sile Zemljine teže).

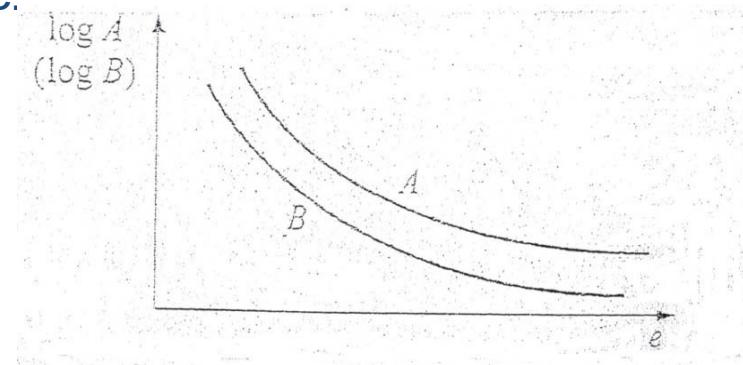
Maksimalna amplituda pomeranja tla za slučaj rastresitog i nasutog tla može iznositi i preko 10,0 cm.

Zapisи две ortogonalne, horizontalne komponente ubrzanja (paralelne Zemljinoj površini) imaju približno jednake amplitude.

Vertikalna komponenta ubrzanja (normalna na Zemljinu površinu) ima manju amplitudu koja iznosi oko 60 – 70% amplitude horizontalnog ubrzanja.

## Magnituda zemljotresa i intenzitet zemljotresa

Analizirajući zemljotrese koji su se dogodili u Kaliforniji (SAD), **C.F.Richter** je pratio pomeranja tla sa promenom epicentralnog rastojanja. Ovu funkciju predstavio je grafički (kriva A) , tako što je na ordinatu nanosio vrednosti  $\log A$  (gde je A maksimalna vrednost amplitude pomeranja tla pri nekom zemljotresu), a na apscisu epicentralno rastojanje e. Kada je ovu krivu ponovo nacrtao za bilo koji drugi zemljotres (kriva B), konstatovao je da su krive praktično paralelne, odnosno da su razmaci između krivih konstantni, da ne zavise od epicentralnog rastojanja e.



*Zavisnost  $\log A$  ( $\log B$ ) amplitude pomeranja od epicentralnog rastojanja e*

## Magnituda zemljotresa i intenzitet zemljotresa

**Referentni zemljotres** je zemljotres koji pri epicentralnom rastojanju  $x = 100$  km izaziva maksimalnu amplitudu pomeranja  $B = 0,001$  mm, registrovanu određenim standardnim seismografom.

Predloženo je da se jačine, odnosno magnitudo  $M$  raznih zemljotresa ( $A$ ) mere njihovim upoređivanjem sa standardnim zemljotresom ( $B$ ) prema izrazu:

$$M = \log A - \log B$$

Magnituda  $M$  se određuje na osnovu merenja, pa je to objektivan pokazatelj nezavisан od subjektivne procene posmatrača. Najveća do sada registrovana magnituda zemljotresa prema ovoј skali iznosi  $M = 8,9(9,0)$ .

**Magnituda (jačina) zemljotresa  $M$**  zavisi od količine oslobođene energije  $E$  u hipocentru zemljotresa.

## Magnituda zemljotresa i intenzitet zemljotresa

Proračun energije na osnovu seismografa i akcelelograma veoma je složen problem. Zato postoje razni empirijski izrazi koji određuju ovu zavisnost. Jedan od najčešće korišćenih izraza je u Joulima ( $J$ ) i Ergovima ( $\text{erg}$ ):

$$\log E(J) = 4,8 + 1,5M \quad \log E(\text{erg}) = 1,5M + 11,8$$

Kako je ovde reč o količini oslobođene energije u hipocentru, to često nije dovoljan pokazatelj za procenu oštećenja na posmatranom objektu, jer se on nalazi na nekom udaljenju od hipocentra ( $10^{24}$  erga odgovara  $M = 8,1^\circ$ ); ( $5 \times 10^{17}$  J odgovara  $M = 8,6^\circ$ ). Zato se uvodi pojam *intenziteta zemljotresa* u epicentru  $I_0$ , koji se može dovesti u vezu sa magnitudom  $M$  preko empirijskog obrasca:

$$I_0 = 1,5 M - 3,5 \log f + 3$$

$f = \sqrt{h^2 + e^2}$  , gde je  $h$  dubina epicentra, a  $e$  epicentralno rastojanje objekta za koji se računa intenzitet zemljotresa

Najmerodavniji je intenzitet zemljotresa u mestu osmatranja gde se nalazi objekat. Ovaj intenzitet se, naravno smanjuje sa povećanjem odstojanja od hipocentra, odnosno epicentra.

## Magnituda zemljotresa i intenzitet zemljotresa

Za praktičnu ocenu intenziteta zemljotresa u mestu osmatranja koriste se **seizmičke skale**.

Prvi pokušaj da se zemljotresi klasifikuju na ovaj način učinjeni su u Italiji još u XVII veku. Od tada pa do danas, napravljeno je od strane mnogih autora preko pedeset raznih skala za klasifikaciju zemljotresa prema njihovoј jačini.

Osnovu svih ovih skala čini opisni deo, tako što je intenzitet zemljotresa određen:

- veličinom štete koja je pričinjena građevinskim objektima,
- = promenama ponašanja ljudi i životinja,
- promenama nastalim u prirodi i sl.

## Magnituda zemljotresa i intenzitet zemljotresa

***Mercalli-Cancani-Sieberg-ova (MCS) skala*** usvojena od strane Međunarodnog seizmičkog udruženja još 1917. godine kao zvanična skala. Ova skala još važi u mnogim evropskim zemljama, pa i kod nas (MCS-64);

U SAD se koristi Modifikovana Mercalli-eva (MM) skala;

U Rusiji je u upotrebi seizmička skala Instituta fizike Zemlje AN Rusije (ГОСТ 6249-52);

Na zasedanju UNESCO-a 1964. godine u Parizu, predložena je nova međunarodna skala seizmičkog intenziteta. Ona je dobila ime MSK-64, prema autorima Medvedev-Sponheuer-Karnik;

Evropska Makroseizmička Skala (EMS-98) je skala za procenu seizmičkog intenziteta u evropskim zemljama, nastala revizijom skale MSK-64 i usvojena od strane Evropske seismološke komisije u Rejkjaviku.

Sve navedene skale rangiraju intenzitet zemljotresa na ***dvanaest stepeni***, a međusobno se razlikuju po načinu na koji opisuju efekte zemljotresa.

## Magnituda zemljotresa i intenzitet zemljotresa

Za građevinske inženjere osim opisa uticaja zemljotresa na građevinske objekte, kako je to dato navedenim seizmičkim skalama, od velike važnosti su i podaci na osnovu kojih bi se mogle odrediti seizmičke sile na objektu. Ove sile proporcionalne su ubrzanjima tla koja se javljaju pri zemljotresu. Iskustvo je pokazalo da se pri zemljotresima određenog intenziteta javljaju ubrzanja tla prikazana u **Tabeli 1**.

U našoj zemlji je u upotrebi MCS-64 skala uz korišćenje seizmičkih karata sa povratnim periodima od: 50,100,200,500,1000 i 10000 godina urađenih prema MKS-64 skali.

**Tabeli 5.4** Kratki prikaz Evropske mikroseizmološke skale EMS-98.

Intenzitet zemljotresa (stopen)	Ubrzanje tla [m/s <sup>2</sup> ]
VI	0.25 – 0.50
VII	0.50 – 1.00
VIII	1.00 – 2.00
IX	2.00 – 4.00

## Vibracije seizmičkih talasa kroz tlo

Seizmički talasi koji nastaju pri zemljotresu mogu se podeliti u 3 osnovne grupe:

**Longitudinalni** – poduzni, primarni, P (undae primae) seizmički talasi. Odlikuju se naizmeničnim sabiranjem i istezanjem materije u pravcu kretanja talasa. Ovo su najbrži talasi koji prvi stižu na površinu Zemlje i kreću se brzinom 7 – 8 km/s;

**Transverzalni** – poprečni, sekundarni, S (undae secundae) seizmički talasi. Odlikuju se oscilovanjem čestica materije oko ravnotežnog položaja upravo na pravac kretanja talasa. Brzina prostiranja ovih talasa je 4 – 4,5 km/s;

**Kružni površinski** talasi, Relejevi (Rayleigh (R)) i Lavovi (Love (L)) poprečni površinski talasi. Površinski seizmički talasi nastaju na slobodnoj površini elastičnog tela, u ovom slučaju Zemljine površine. R i L površinski talasi slični su gravitacionim talasima na površini neke tečnosti pod uticajem vetra. Ovi seizmički talasi se prostiru dvodimenzionalno i sa udaljenjem od epicentra imaju sve dominantniji značaj. Brzina njihovog prosiranja je različita i zavisi od strukture Zemljine kore. Kreću se od 0,2 km/s (humus) do 5,6 km/s (granit).

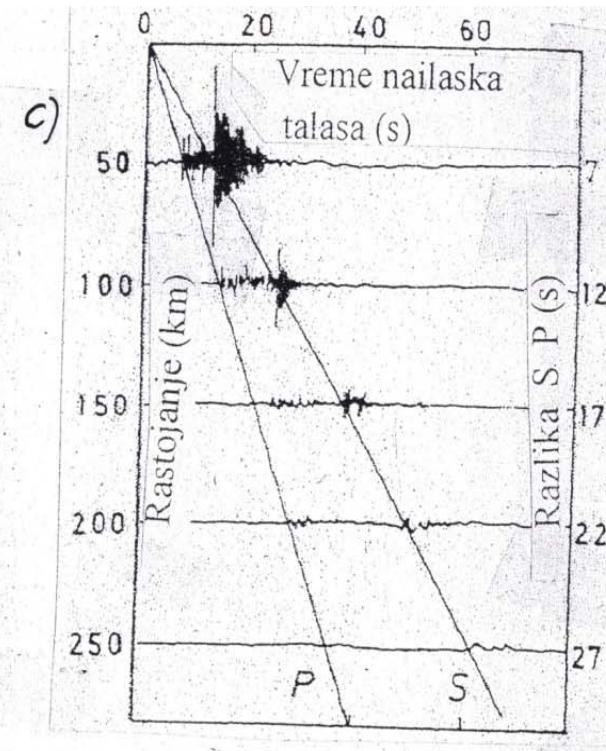
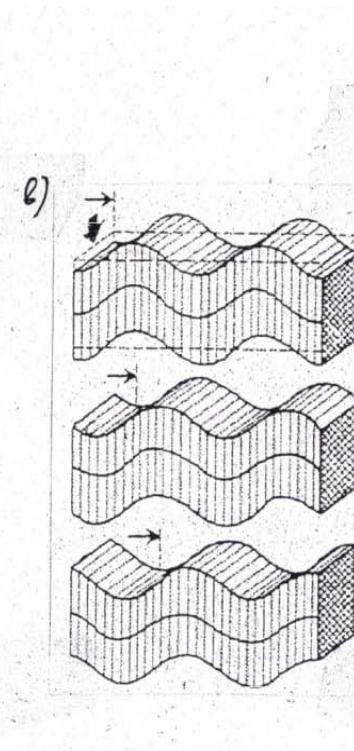
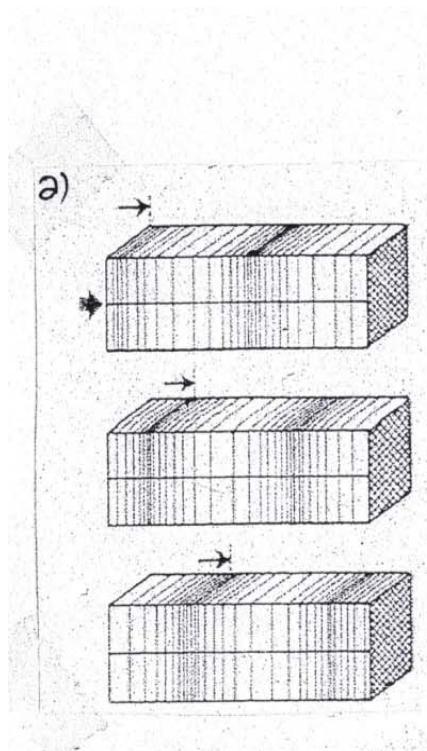
## Seizmički talasi

**Podužni, longitudinalni, primarni ili „P” talasi** predstavljaju brzu naizmeničnu promenu pritiska i razređenja materije sa promenom njene zapremine. Podužni „P” talas je talas tipa zvuka. Pri njegovom prolasku kroz stene svaka čestica stene se premešta napred i nazad u pravcu kretanja talasa. Na taj način stena trpi više zbijanja i razmicanja (Slika 5.6a), kao kad bi je na jednom kraju oštro udarili čekićem. Podužni ili „P” talasi prolaze kroz čvrste i tečne delove Zemljine kore.

**Poprečni, transverzalni, sekundarni „S” talasi** definišu materiju kroz koju prolaze, ali bez promene njene zapremine. Pri prolasku „S” talasa čestice se premeštaju upravo na pravac prostiranja talasa, kao kanap koji je povezan na jednom kraju, dok je drugi kraj pridržan.

**Površinski talasi.** Talase koji prolaze kroz unutrašnje delove Zemlje prate površinski talasi koji se prostiru po Zemljinoj površini brzinom od 0,2 – 5,6 km/s. Postoje dva tipa površinskih talasa : Lavovi - L i Relejevi - R talasi. Površinski talasi nastaju na slobodnoj površini čvrstog, elastičnog prostora, slično gravitacionim talasima na površini neke tečnosti pod uticajem vetra. Površinski talasi obično čine najintenzivniji deo zapisa i prouzrokuju najveća oštećenja. Nazivaju se i „L” talasi ili dugi (long) talasi, pošto je perioda njihovog oscilovanja veća nego kod „P” i „S” talasa.

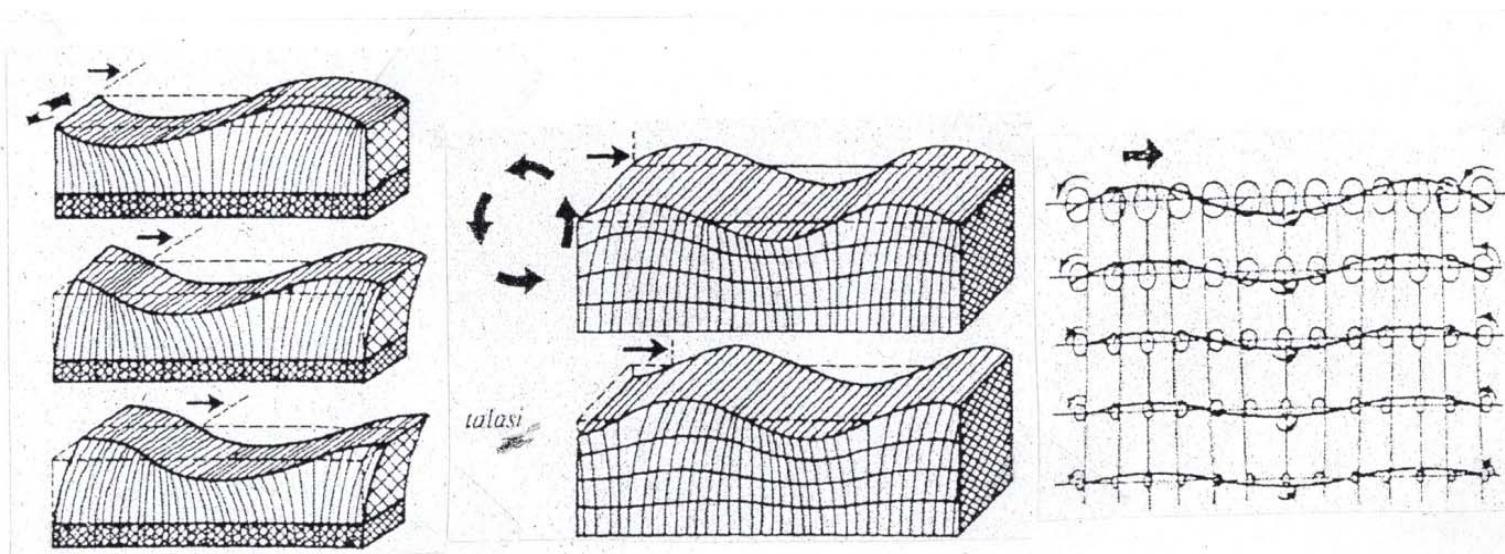
## Seizmički talasi



*Poduzni-primarni  
-P talasi*

*Poprečni-sekundarni  
-S talasi*

*Zavisnost vremenskog  
intervala nailaska „P“talasa i  
i „S“ talasa od rastojanja od  
ognjišta zemljotresa.*



*Lavovi talasi.  
- L talasi*

*Relejevi talasi.  
- R talasi*

*Oscilovanje čestica kod  
Relejevih talasa.*

**Lavovi talasi** (Slika 5.8) imaju poprečne oscilacije veoma slične „S” talasima, ali nastaju jedino u horizontalnoj ravni. Oni se prostiru duž Zemljine površine, neprekidno se odbijajući od donje i gornje granice površinskih slojeva. Kod njih nema vertikalne komponente.

**Relejevi talasi** (Slika 5.9) imaju znatnu vertikalnu komponentu. Kod njih najpre nastaje udar u pravcu širenja talasa, a zatim se vrši oscilovanje gore, nazad, dole i nastaje novi udar.

Pri kretanju talasa čestice se premeštaju po elipsama gore i dole u odnosu na prostiranje talasa.

## Uticaj vrste tla na stepen seizmičnosti, seizmička rejonizacija i mikrorejonizacija

Za fundiranje objekta najpovoljnije homogene stenske mase, dok su najnepovoljniji rastresiti, nasuti i vodom natopljeni tereni, kao i tereni skloni likvifikaciji. Navedena pojava uzima se kvantitativno u proračun, tako što za pojedine vrste tla vrši povećanje ili smanjenje intenziteta zemljotresa od jednog stepena i više.

Cilj **seizmičke rejonizacije** je da se posmatrana teritorija podeli na delove u kojima se mogu očekivati zemljotresi približno istog intenziteta. Tako dobijena karta zatim služi za određivanje intenziteta seizmičkih sila pri projektovanju građevinskih objekata..

Lokalni uslovi u toj oblasti često mogu osetno da se razlikuju od dobijenih prosečnih vrednosti. Zato se u poslednje vreme vrši i detaljna **mikrorejonizacija** terena da bi se tačnije utvrdio stepen seizmičnosti terena na kome će se objekat graditi.

## Određivanje seizmičkih sila

Osnovne teškoće pri ovoj analizi sastije se u:

- Određivanju opterećenja, tj. funkcije dinamičkog pomeranja oslonaca objekta koji je izložen zemljotresu i u
- Složenosti numeričke analize koju je potrebno obaviti da bi se izračunali uticaji objektu usled definisanog dinamičkog pomeranja oslonca.

**Metoda direktnе dinamičke analize**

**Metoda spektralne analize.**

# Određivanje seizmičkih sila

## Metoda direktnе dinamičke analize

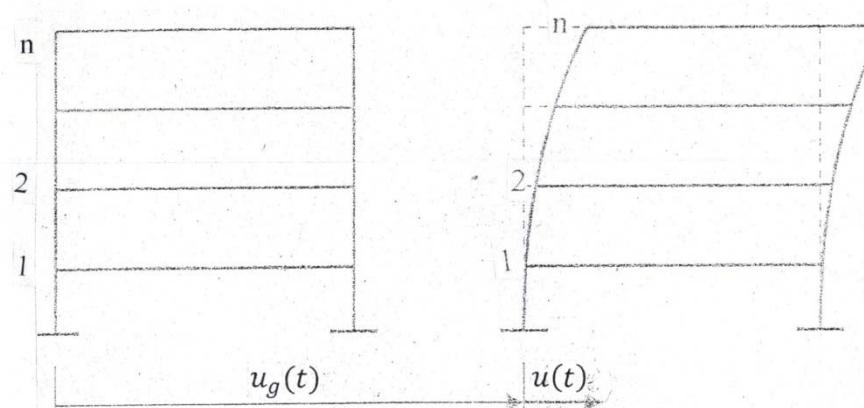
Pri zemljotresu, odnosno dinamičkom pomeranju oslonca, ukupno pomeranje objekta sastoji se od pomeranja objekta kao krutog tela  $u_g(t)$  i relativnog pomeranja  $u(t)$ .

Ukupne horizontalne inercijalne sile su u ovom slučaju jednake :

$$\tilde{I}_i = I_i (u_g + u) \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$I_i u_g = -M \ddot{u}_g(t) \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$M$  – matrica masa,  
 $\ddot{u}_g(t)$  - ubrzanje tla.



Ukupno pomeranje objekta

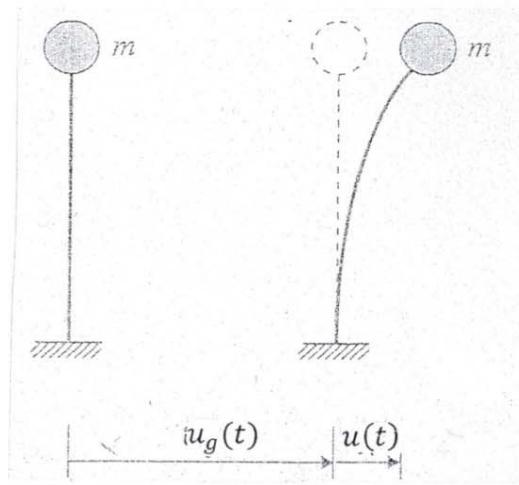
Matrična jednačina prinudnih oscilacija posmatranog sistema usled dejstva dinamičkog pomeranja oslonaca – zemljotresa glasi :

$$M \ddot{u} + C u = -M \ddot{u}_g(t)$$

$$M \ddot{u} + K \dot{u} + C u = -M \ddot{u}_g(t)$$

# Određivanje seizmičkih sila

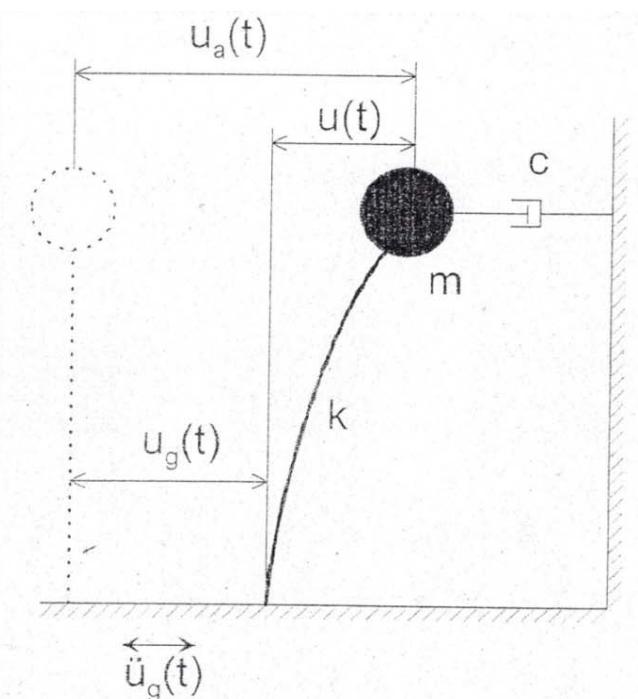
## Metoda spektralne analize



Sistem sa jednim stepenom slobode

$$m\ddot{u}_a + c\dot{u} + ku = 0$$

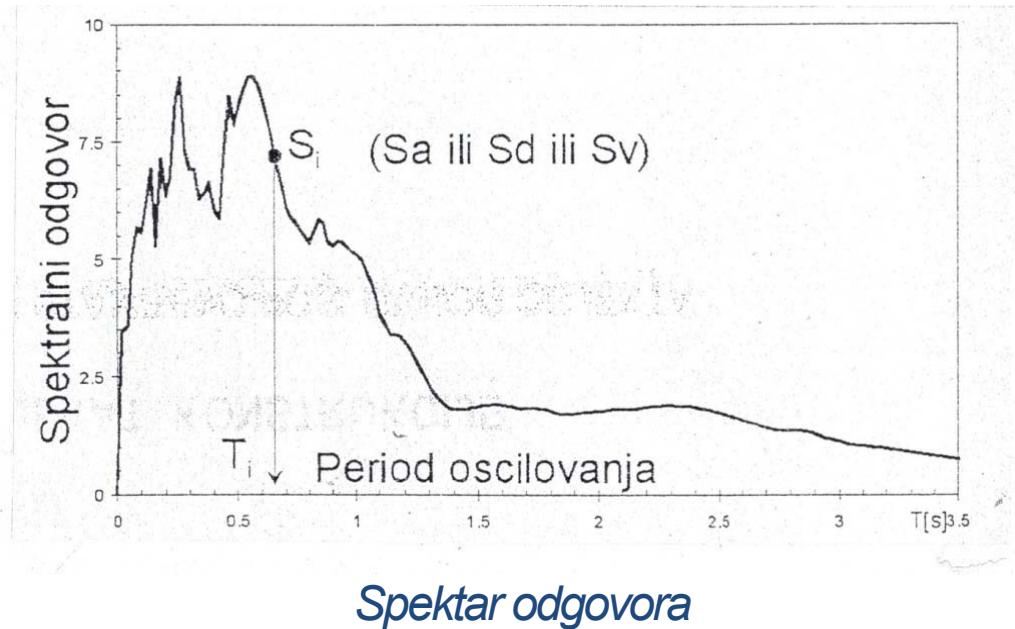
$$\ddot{u}_a = \ddot{u}_g + \ddot{u}$$



Sistem sa jednim stepenom slobode izložen ubrzaju tla

# Određivanje seizmičkih sila

## Metoda spektralne analize



$$S_d(\omega, \xi) = |u|_{max}$$

- sprektralno pomeranje (maksimalno relativno pomeranje)

$$S_v(\omega, \xi) = |\dot{u}|_{max}$$

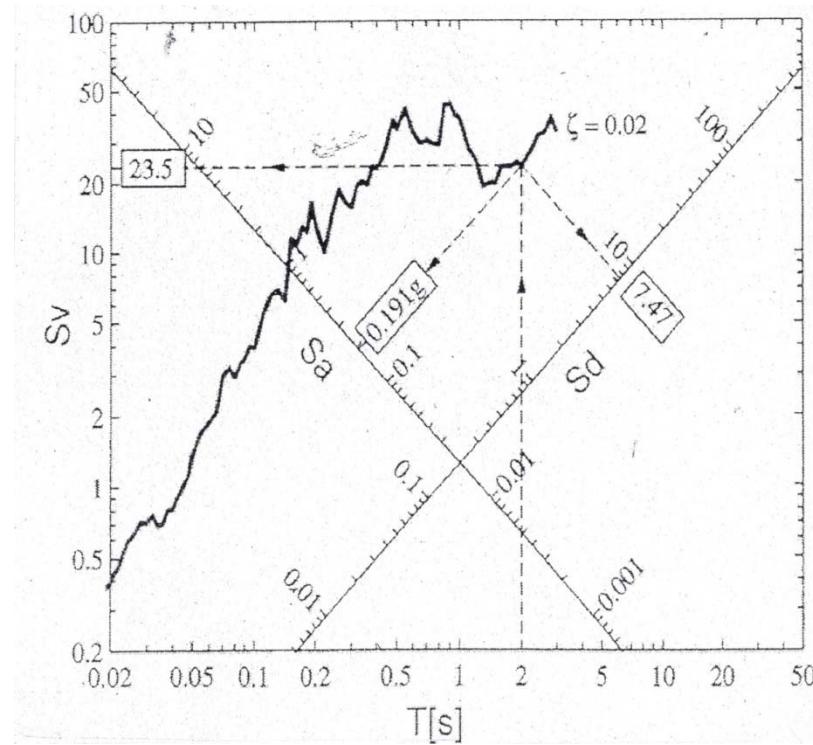
- sprektralna brzina (maksimalna relativna brzina)

$$S_a(\omega, \xi) = |\ddot{u} + \ddot{u}_g|_{max}$$

- sprektralno ubrzanje (maksimalno apsolutno ili ukupno ubrzanje).

## Određivanje seizmičkih sila

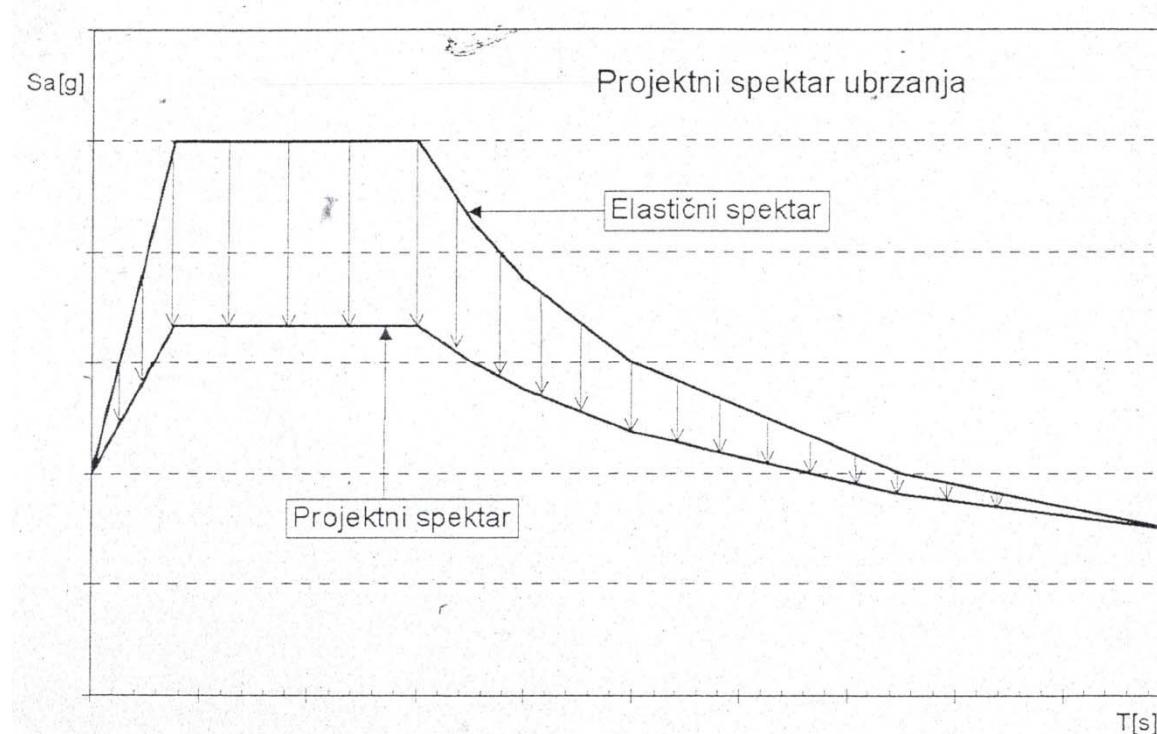
### Metoda spektralne analize



Tripartitni spektar odgovora u logaritamskom obliku (Newmark, Hall) za zemljotres El Centro za prigušenje od 2%

# Određivanje seizmičkih sila

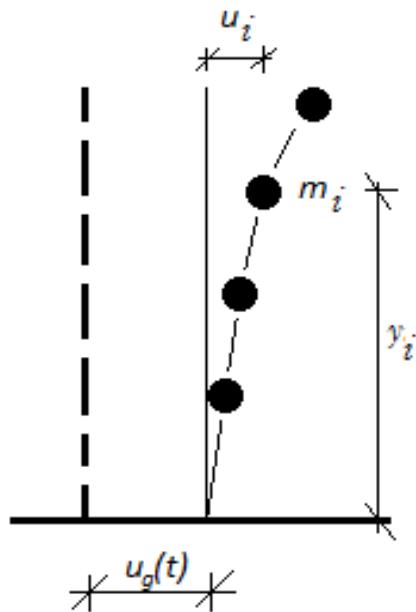
## Metoda spektralne analize



*Projektni spektar odgovora*

# Određivanje seizmičkih sila

## Sistemi sa više stepeni slobode



*Sistem sa više stepeni slobode*

$$\mathbf{M}(\ddot{\mathbf{u}}_g + \ddot{\mathbf{u}}) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{0}$$

Matrica prigušenja  $\mathbf{C}$  određuje utrošak energije po ciklusu oscilacija, bez obzira na fizički način na koji se ovaj proces odvija. Prigušenje je za svaki ton različito, mada se obično uzima neka vrednost koja je konstantna za sve tone, pa se može primeniti neka od metoda za sisteme sa jednim stepenom slobode.

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}_0$$

$\mathbf{K}_0$  - početna krutost sistema, a  $\alpha$  i  $\beta$  su skalari, pa je matrica prigušenja  $\mathbf{C}$  linearna kombinacija matrice masa i matrice krutosti.

# Određivanje seizmičkih sila

## Upotreba spektra odgovora

Spektri odgovora po definiciji predstavljaju maksimalne veličine odgovora pa zbog toga važi: spektar relativnih pomeranja , spektar relativne brzine i spektar apsolutnog ubrzanja :

$$S_d = |u_r(t)|_{max}$$

$$S_v = |\dot{u}_r(t)|_{max}$$

$$S_a = |\ddot{u}_r(t)|_{max}$$

Svi spektri su funkcije frekvencije i prigušenja .

U zemljotresnom inženjerstvu umesto spektra relativnih brzina i sprektra apsolutnog ubrzanja, upotrebljavaju se spektri pseudobrzine i pseudoubrzanja koji su po definiciji u direktnoj vezi (5.19) sa spektrom relativnih pomeranja:

$$S_{pv} = \omega S_d$$

$$S_{pa} = \omega^2 S_d = \omega S_{pv}$$

Empirijski je pokazano da za frekvencije i prigušenja običnih konstrukcija u zgradarstvu važi:

$$S_{pv} \cong S_v$$

$$S_{pa} \cong S_a$$

## Nosivost i duktilnost

Nosivost pojednostavljeno rečeno predstavlja sile koje posmatrana konstrukcija može preuzeti, a duktilnost pokazuje sposobnost neelastičnog deformisanja.

**Krti lom** materijala događa se iznenada i bez prethodne najave, dok duktilni materijali mogu trpeti značajne nelinearne deformacije pre nego što dođe do konačnog loma, pa se zato kaže krti ili duktilni lom materijala.

**Duktilni materijali** uspešno disipiraju seizmičku energiju, zato se nastoji da se projektuju što duktilnije konstrukcije i poboljša njihova duktilnost da bi odgovor na dejstvo zemljotresa bio što povoljniji.

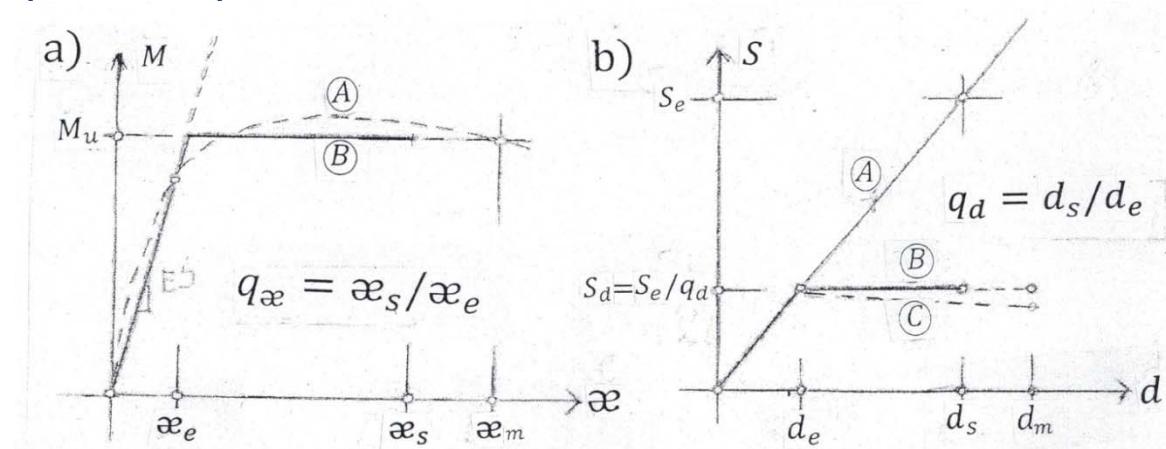
**Duktilnost** je sposobnost neke konstrukcije da trpi izvesne nelinearne deformacije, a da pri tome ne dođe do loma.

Duktilnost se može izraziti kao mera nelinearnog ponašanja konstrukcije.

## Nosivost i duktilnost

Za brojčani opis veličine duktilnosti uvodi se koeficijent duktilnosti. To je mera koja predstavlja odnos između ukupne elasto-plastične deformacije ( $de$ ) i deformacije na granici pojave tečenja ( $dm$ ), odnosno plastifikacije, tj.  $\mu_p = \frac{de}{dm}$ . Prema obliku deformacije razlikuje se više vrsta duktilnosti i to:

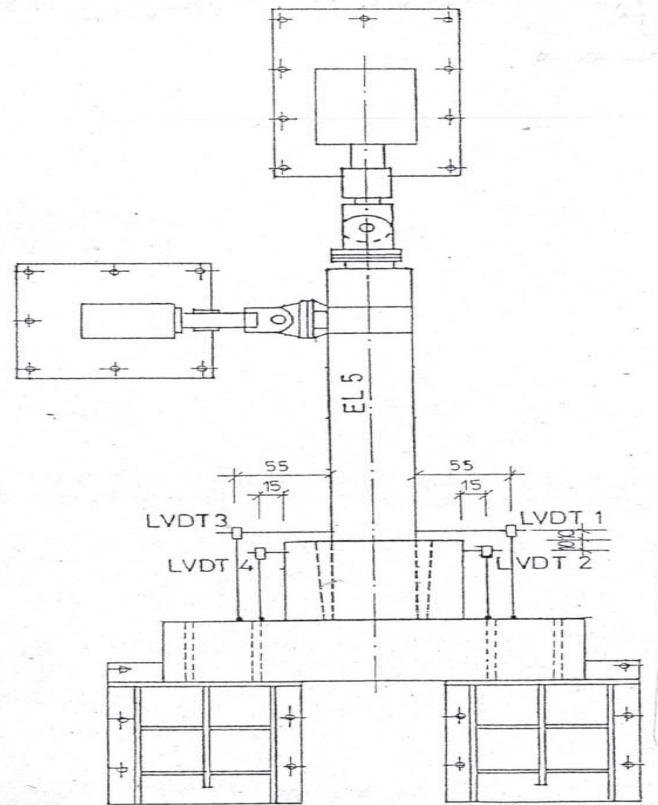
- duktilno izduženje ili skraćenje;
- duktilno zakrivljenje
- rotaciona duktilnost
- duktilnost pomeranja



Ponašanje preseka u konstrukciji:

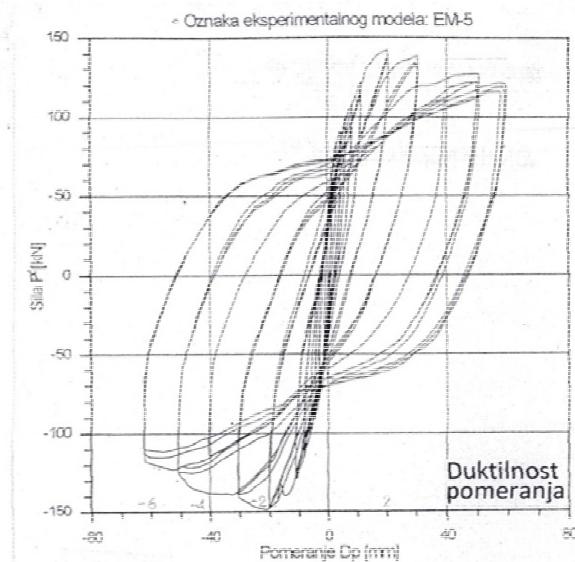
a) veza momenat-krivina preseka u uklještenju, b) veza seizmička sila-pomeranje sistema

## Nosivost i duktilnost

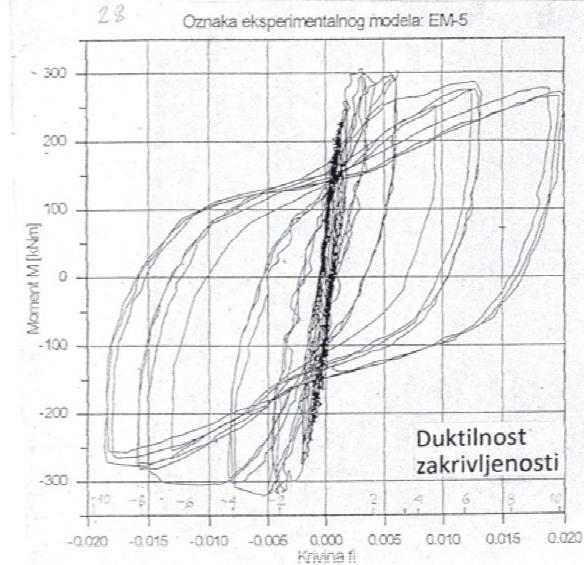


Sl. 5.21 Dispozicija eksperimentalnog modela EM-5 sa opremom koja je korišćena prilikom izvođenja kvazi-statičkih ispitivanja [17]

Sl. 5.22 i Sl. 5.23 Histerezisne petlje



Sl. 5.22 EM-5: Relacija ciklična sile - pomeranje kraja stuba  
Duktilnost pomeranja



Sl. 5.23 EM-5: Relacija moment - krivina (baza LVDT-1 i LVDT-3)  
Duktilnost zakriviljenosti

## Proračun objekata na dejstvo zemljotresa prema važećim tehničkim propisima

Proračun sprovodi se primenom : metode dinamičke analize i metode ekvivalentnog statickog opterećenja.

- Primena direktne dinamičke analize sprovodi se samo za veoma važne objekte koji se nalaze u oblasti gde se očekuju jaki zemljotresi.
- **Metoda ekvivalentnog statickog opterećenja** bazira na spektralnoj analizi. Korišćenjem odgovarajuće spektralne krive određuju se zamjenjujuće staticko, horizontalno opterećenje, koje deluje u nivou svake tavanice i koje odražava dinamičke karakteristike objekta i oscilovanja tla.

Obrazac za ukupnu horizontalnu seizmičku silu koja deluje na objekat glasi :

$$\textcolor{brown}{S} = \textcolor{brown}{K} \cdot \textcolor{brown}{G}$$

**G** predstavlja ukupnu težinu objekta koja se određuje kao suma stalnog opterećenja, verovatnog korisnog opterećenja i opterećenja snegom.

## Proračun objekata na dejstvo zemljotresa prema važećim tehničkim propisima

Koeficijent naziva se ukupni seizmički koeficijent za horizontalni pravac i određuje se prema obrascu :

$$K = K_0 \cdot K_s \cdot K_d \cdot K_p$$

gde je :

$K_0$  - koeficijent kategorije objekta;

$K_s$  - koeficijent seizmičkog intenziteta;

$K_d$  - koeficijent dinamičnosti;

$K_p$  - koeficijent prigušenja i duktiliteta.

