GRAĐEVINSKO–ARHITEKTONSKI FAKULTET
UNIVERZITET U NIŠU

MATRIČNA ANALIZA KONSTRUKCIJA

ALTERNATIVNI OBLIK BAZNE MATRICE KRUTOSTI

Predmetni nastavnik:
Dr Dragan Zlatkov, docent

Predmetni asistent:
Andrija Zorić

Niš, 2020.

SADRŽAJ

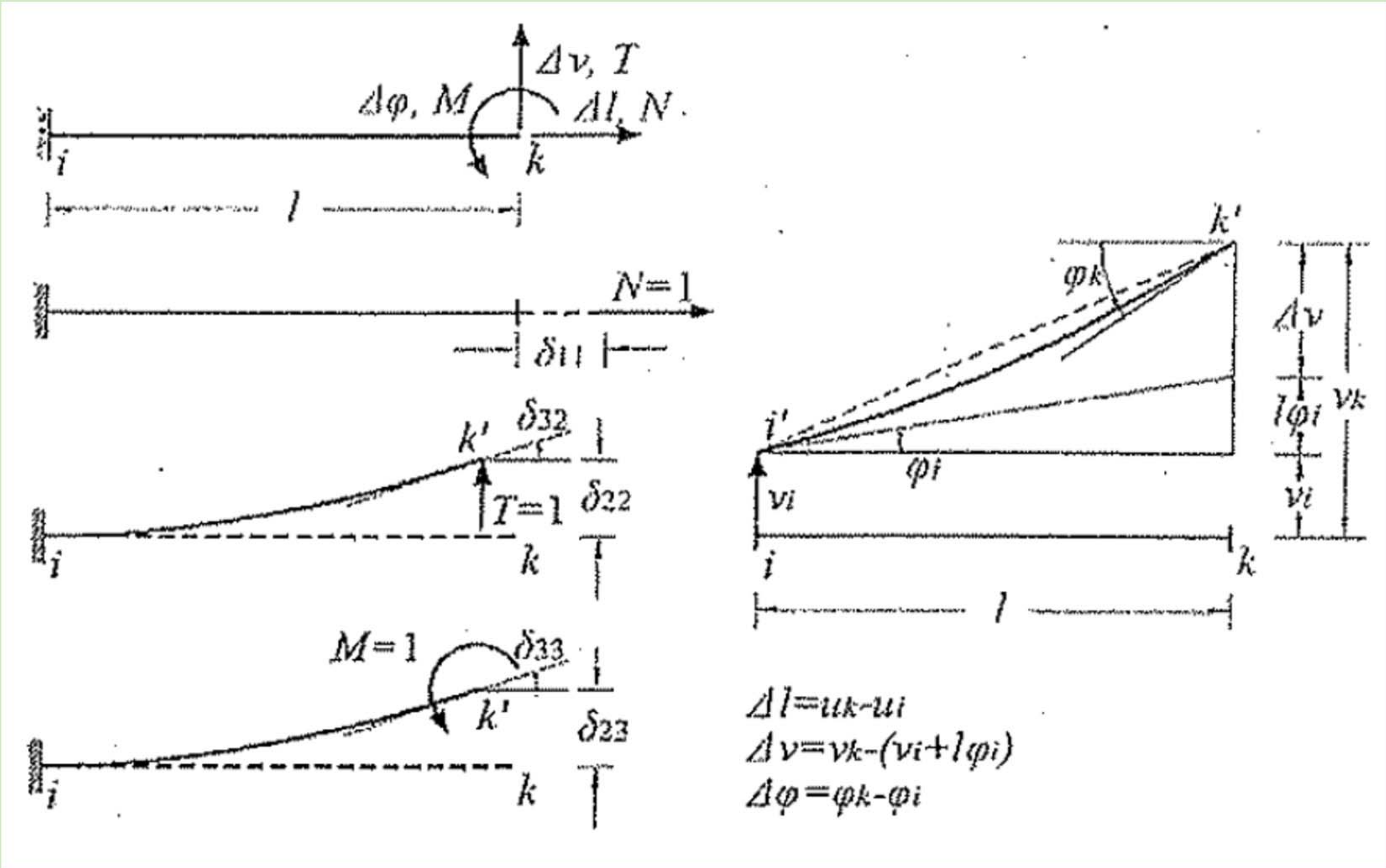
- LITERATURA;
- OSNOVNE STATIČKE I OSNOVNE DEFORMACIJSKE VELIČINE;
- VEZA IZMEĐU VEKTORA OSNOVNIH DEFORMACIJSKIH VELIČINA I VEKTORA OSNOVNIH STATIČKIH VELIČINA;
- ALTERNATIVNI OBLIK BAZNE MATRICE KRUTOSTI ZA ŠTAP KONSTANTNE KRUTOSTI;
- VEZA IZMEĐU VEKTORA OSNOVNIH DEFORMACIJSKIH VELIČINA I VEKTORA GENERALISANIH POMERANJA;
- VEZA IZMEĐU VEKTORA GENERALISANIH SILA I VEKTORA OSNOVNIH STATIČKIH VELIČINA;
- KONVENCIONALNA MATRICA KRUTOSTI ŠTAPA;
- MATRICA USLOVA RAVNOTEŽE;
- ZAKLJUČAK.

LITERATURA

- Sekulović, M. (2005): *Teorija linijskih nosača*, Građevinska knjiga, Beograd;
- Sekulović, M. (1988): *Metod konačnih elemenata*, Građevinska knjiga, Beograd;
- Petronijević, M., Racić, V. (2006): *Zbirka ispitnih zadataka iz teorije konstrukcija 1*, Građevinska knjiga, Beograd;
- Simonče, V. (1989): *Матрична анализа на конструкциите (Теорија на конструкциите II)*, Univerzitet “Kiril i Metodij”, Skopje.

Osnovne statičke i osnovne deformacijske veličine

- Osnovne statičke veličine: moment savijanja (M), transverzalna sila (T) i normalna sila (N);
- Osnovne deformacijske veličine: relativna pomeranja Δl, Δv, $\Delta\varphi$;



Veza između vektora osnovnih deformacijskih veličina i vektora osnovnih statičkih veličina

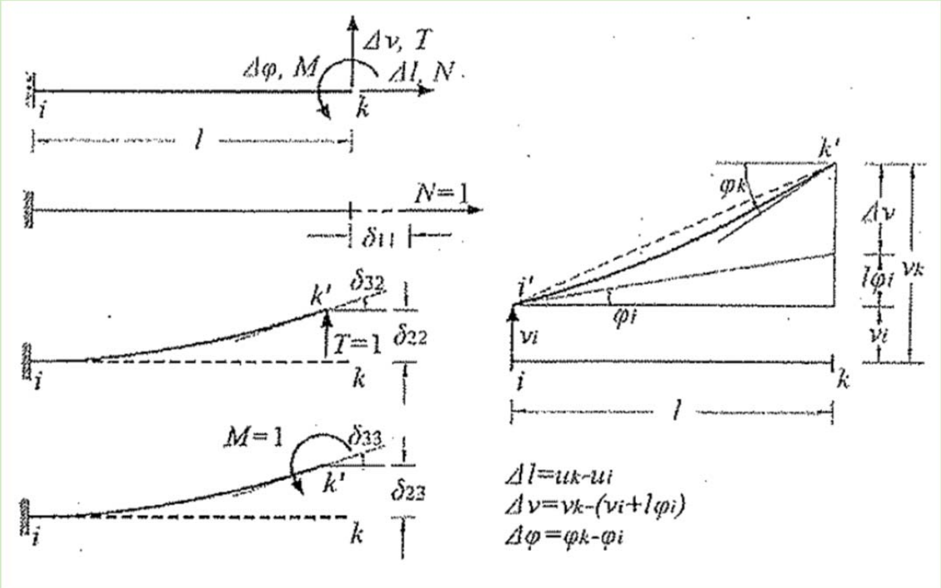
- Osnovne statičke veličine: moment savijanja (M), transverzalna sila (T) i normalna sila (N);
- Osnovne deformacijske veličine: relativna pomeranja Δl, Δv, Δφ;

$$\hat{\delta} = \begin{bmatrix} \Delta l \\ \Delta v \\ \Delta \varphi \end{bmatrix} \quad \hat{S} = \begin{bmatrix} N \\ T \\ M \end{bmatrix} \quad \hat{\delta} = \hat{f}\hat{S} \quad \begin{bmatrix} \Delta l \\ \Delta v \\ \Delta \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{22} & \delta_{23} \\ 0 & \delta_{32} & \delta_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} N \\ T \\ M \end{bmatrix}$$

$\hat{f}$ - matrica fleksibilnosti

$$\hat{k}_0 = \hat{f}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\delta_{33}}{\Delta} & -\frac{\delta_{23}}{\Delta} \\ 0 & -\frac{\delta_{32}}{\Delta} & \frac{\delta_{22}}{\Delta} \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \delta_{22}\delta_{33} - \delta_{23}^2$$

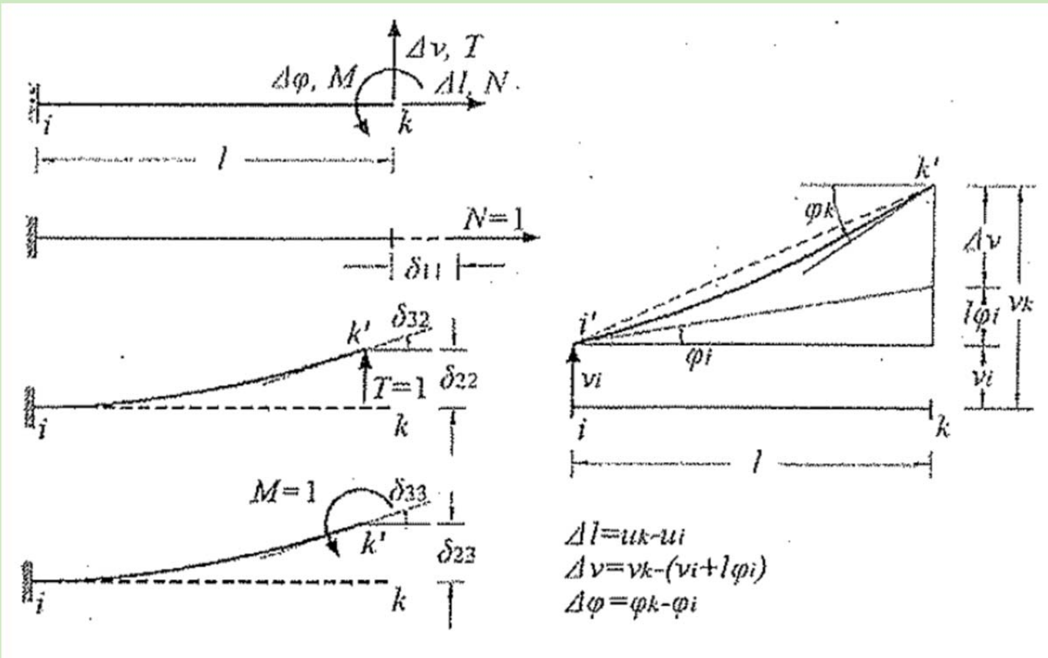


$\hat{k}_0$ - alternativni oblik bazne matrice krutosti

Alternativni oblik bazne matrice krutosti za štap konstantne krutosti

$EI = const. \qquad EF = const.$

$$\hat{f} = \begin{bmatrix} \frac{l}{EF} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{l^3}{3EI} & \frac{l^2}{2EI} \\ 0 & \frac{l^2}{2EI} & \frac{l}{3EI} \end{bmatrix} \qquad \hat{k}_0 = \hat{f}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{EF}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix}$$



Veza između vektora osnovnih deformacijskih veličina i vektora generalisanih pomeranja

$$\hat{\delta} = \hat{c}q$$

$$\hat{c} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -l & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Veza između vektora generalisanih sila i vektora osnovnih statičkih veličina

$$R = \hat{c}^T \hat{S}$$

Konvencionalna matrica krutosti štapa

$$k = \hat{c}^T \hat{k}_0 \hat{c}$$

$$\hat{c} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -l & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{k}_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\delta_{33}}{\Delta} & -\frac{\delta_{23}}{\Delta} \\ 0 & -\frac{\delta_{32}}{\Delta} & \frac{\delta_{22}}{\Delta} \end{bmatrix}$$

$EI = const. \qquad EF = const.$

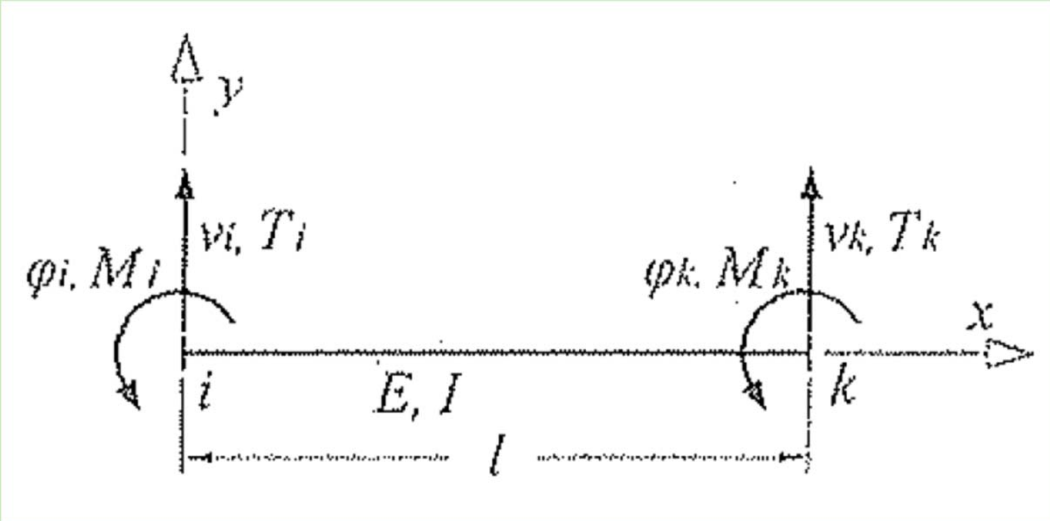
$$\hat{k}_0 = \begin{bmatrix} \frac{EF}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix}$$

$$k = \begin{bmatrix} \frac{EF}{l} & 0 & 0 & -\frac{EF}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{EF}{l} & 0 & 0 & \frac{EF}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix}$$

Matrica uslova ravnoteže

$R_i = TR_k \qquad R_k = T^{-1}R_i \qquad T = -\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & l & 1\end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix}N_i\\ T_i\\ M_i\end{bmatrix} = -\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & l & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}N_k\\ T_k\\ M_k\end{bmatrix}$$



$$R = kq$$

$$\begin{bmatrix}R_i\\ R_k\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}k_{ii} & k_{ik}\\ k_{ki} & k_{kk}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}q_i\\ q_k\end{bmatrix}$$

$$R_i = k_{ii}q_i + k_{ik}q_k$$

$$R_k = k_{ki}q_i + k_{kk}q_k$$

$$T^{-1}R_i = k_{ki}q_i + k_{kk}q_k$$

$$TT^{-1}R_i = Tk_{ki}q_i + Tk_{kk}q_k \qquad R_i = Tk_{ki}q_i + Tk_{kk}q_k$$

$$k_{ii}q_i + k_{ik}q_k = Tk_{ki}q_i + Tk_{kk}q_k \qquad k_{ii} = Tk_{ki} \qquad k_{ik} = Tk_{kk}$$

ZAKLJUČAK

- Odabir tri nezavisne statičke, odnosno deformacijske veličine;
- Uspostavljanje veze između vektora osnovnih deformacijskih veličina i vektora osnovnih statičkih veličina (matrica fleksibilnosti) ;
- Alternativni oblik matrice krutosti se dobija inverzijom matrice fleksibilnosti ;
- Konvencionalna matrica krutosti se izvodi iz alternativnog oblika bazne matrice krutosti preko matrice $\hat{c}$;
- Generalisane sile na krajevima štapa nisu međusobno nezavisne i moraju zadovoljiti uslove ravnoteže (matrica ravnoteže T).

HVALA NA PAŽNJI