GRAĐEVINSKO–ARHITEKTONSKI FAKULTET
UNIVERZITET U NIŠU

MATRIČNA ANALIZA KONSTRUKCIJA

TRANSFORMACIJA VEKTORA GENERALISANIH SILA (POMERANJA) IZ LOKALNOG U GLOBALNI KOORDINATNI SISTEM

Predmetni nastavnik:
Dr Dragan Zlatkov, docent

Predmetni asistent:
Andrija Zorić

Niš, 2020.

SADRŽAJ

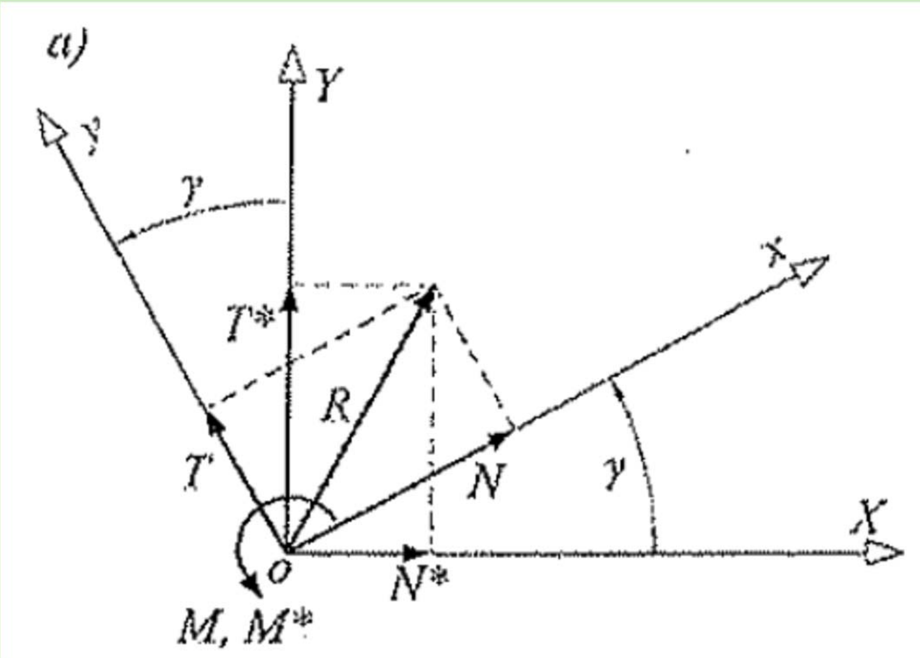
- LITERATURA;
- OSNOVNE POSTAVKE PROBLEMA;
- MATRICA TRANSFORMACIJE;
- MATRICA TRANSFORMACIJE ŠTAPA TIPA G;
- TRANSFORMACIJA MATRICE KRUTOSTI;
- ZAKLJUČAK.

LITERATURA

- Sekulović, M. (2005): *Teorija linijskih nosača*, Građevinska knjiga, Beograd;
- Sekulović, M. (1988): *Metod konačnih elemenata*, Građevinska knjiga, Beograd;
- Petronijević, M., Racić, V. (2006): *Zbirka ispitnih zadataka iz teorije konstrukcija 1*, Građevinska knjiga, Beograd;
- Simonče, V. (1989): *Матрична анализа на конструкциите (Теорија на конструкциите II)*, Univerzitet "Kiril i Metodij", Skopje.

Osnovne postavke problema

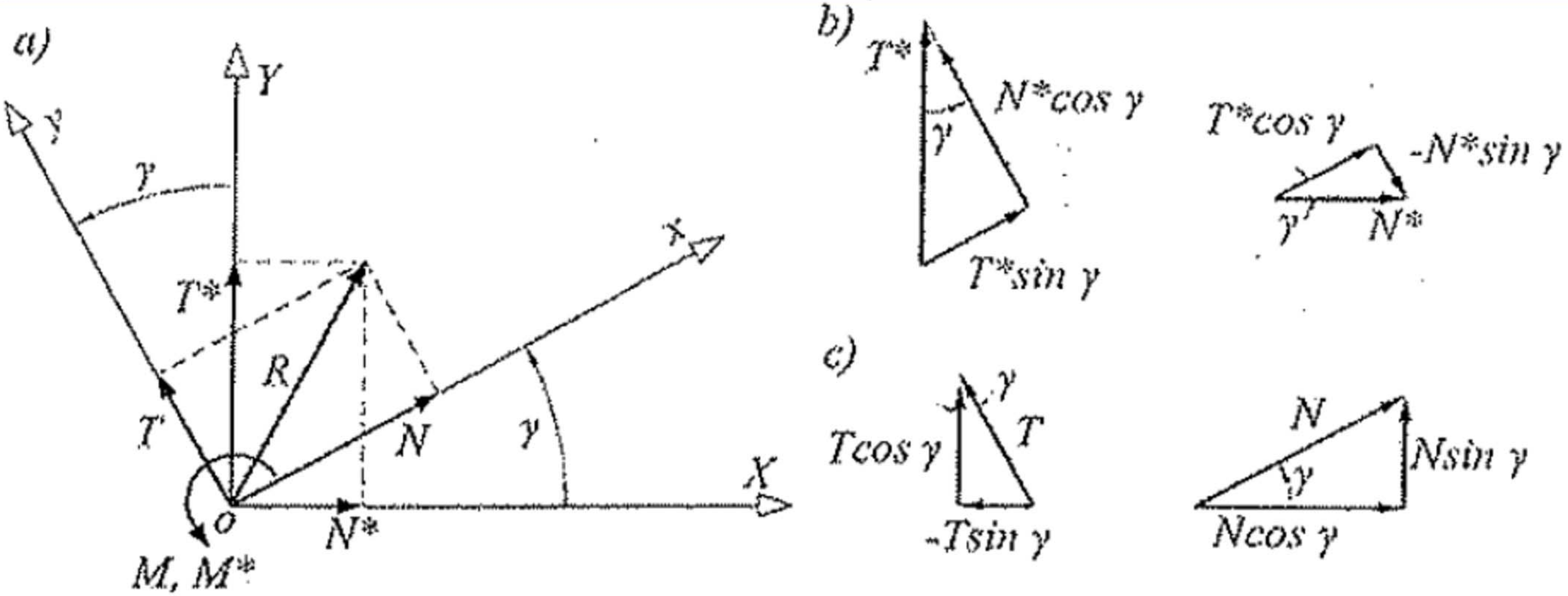
- Lokalni koordinatni sistem vezan je za štap. Njegov početak je u čvoru *i*, osa *x* se poklapa sa osom štapa, a ose *y* i *z* sa glavnim osama inercije poprečnog preseka štapa;
- Za analizu sistema povezanih štapova kao celine neophodno je definisati položaj svakog štapa u odnosu na jedan zajednički koordinatni sistem (globalni koordinatni sistem).



XOY – globalni koordinatni sistem

xOy – lokalni koordinatni sistem

Matrica transformacije



$N = N^{*}\cos\gamma + T^{*}\sin\gamma$

$T = -N^{*}\sin\gamma + T^{*}\cos\gamma$

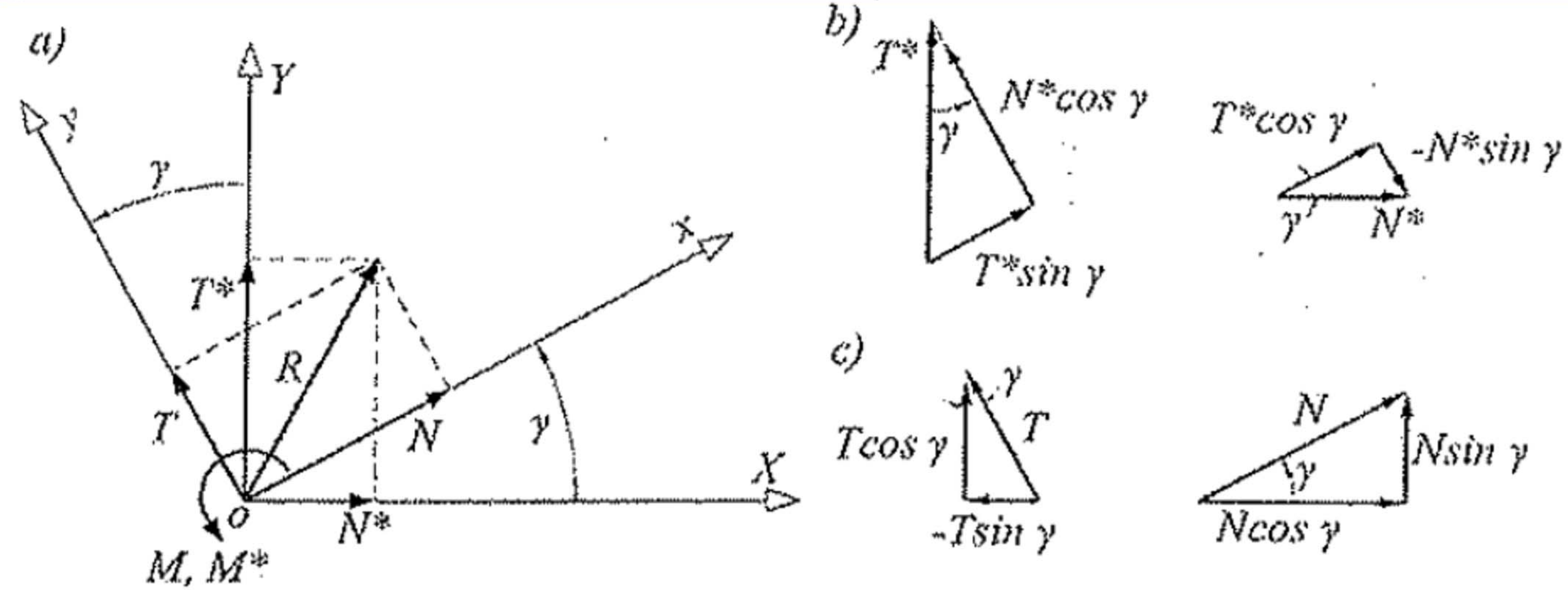
$M = M^{*}$

$$\begin{bmatrix} N \\ T \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N^{*} \\ T^{*} \\ M^{*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & 0 \\ -\mu & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N^{*} \\ T^{*} \\ M^{*} \end{bmatrix}$$

$R_i = tR_i^{*}$ $\qquad$ $R_k = tR_k^{*}$

t - matrica transformacije za čvor

Matrica transformacije

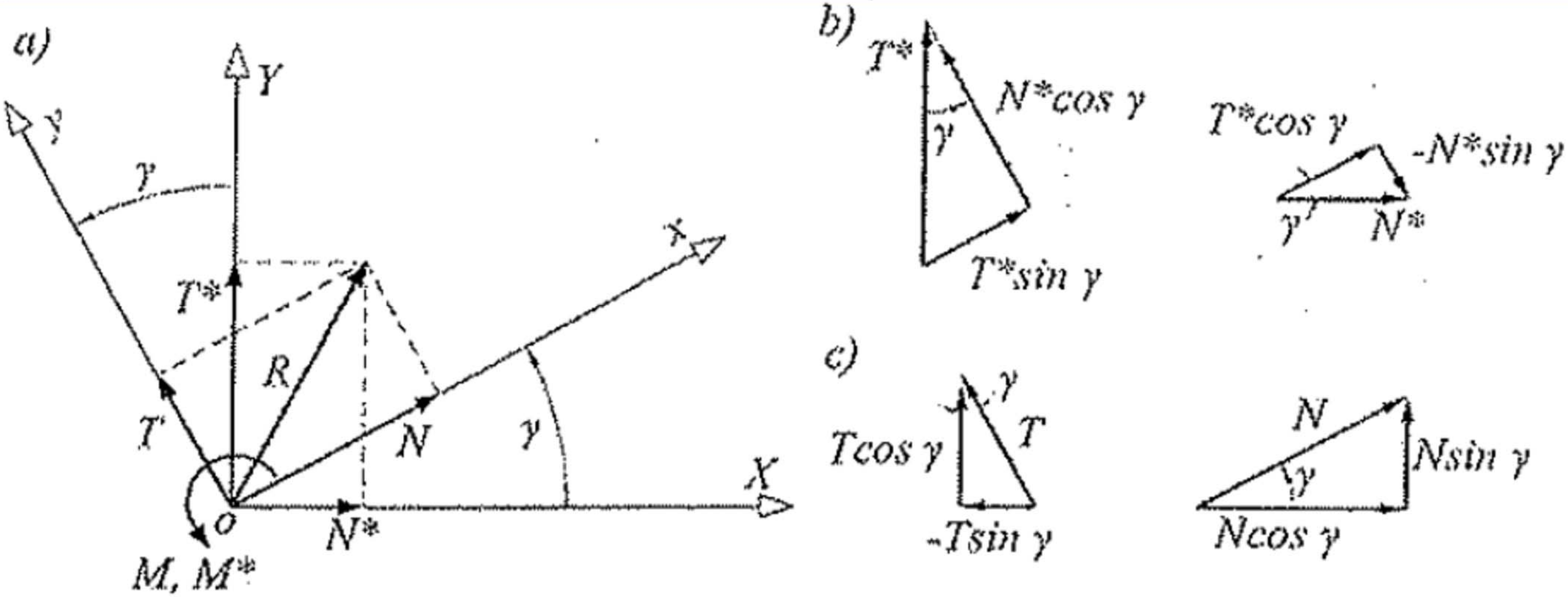


$$\begin{bmatrix} N_i \\ T_i \\ M_i \\ N_k \\ T_k \\ M_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & & & & \\ -\mu & \lambda & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & \lambda & \mu & \\ & & & -\mu & \lambda & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_i^* \\ T_i^* \\ M_i^* \\ N_k^* \\ T_k^* \\ M_k^* \end{bmatrix}$$

$$R = TR^*$$

T - matrica transformacije štapa

Matrica transformacije



$N^* = N\cos\gamma - T\sin\gamma$

$T^* = N\sin\gamma + T\cos\gamma$

$M = M^*$

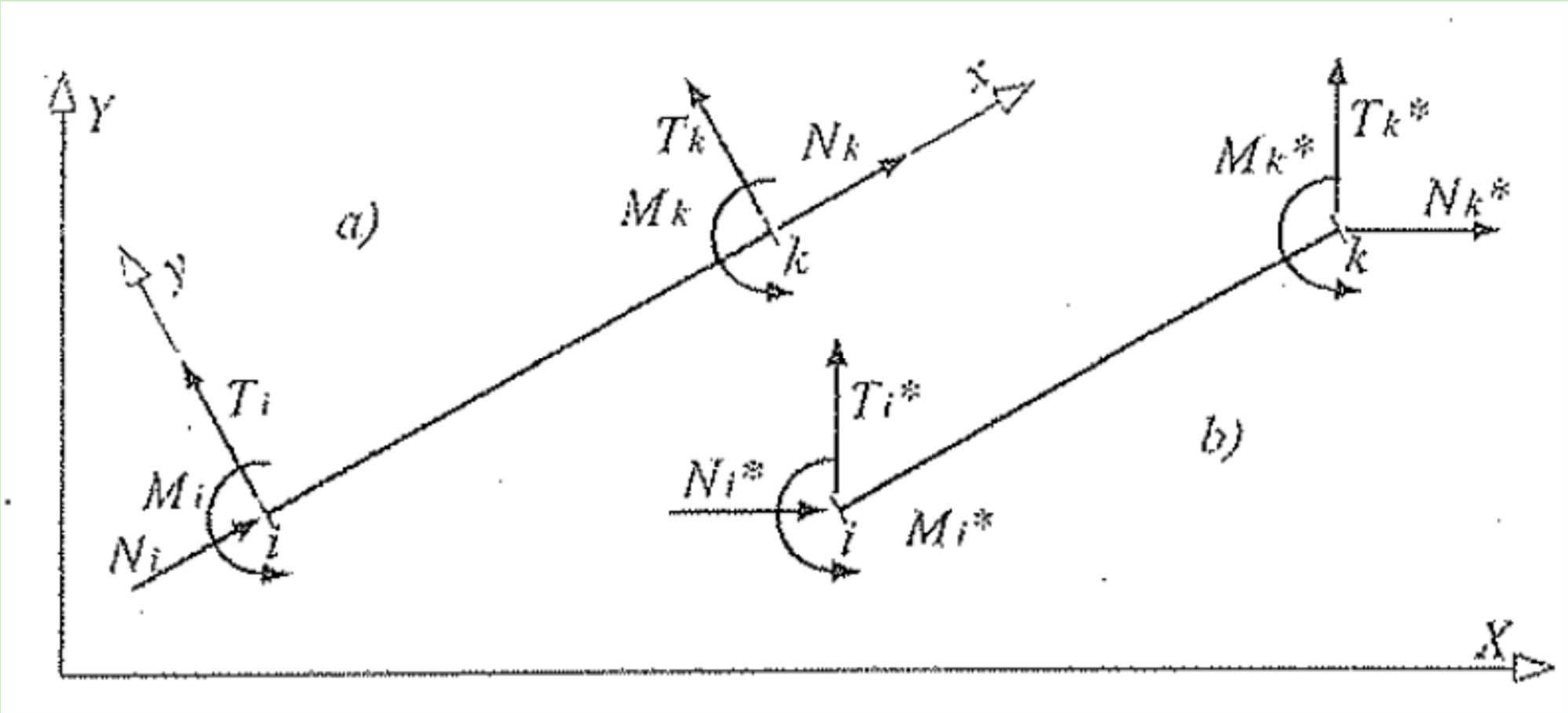
$$\begin{bmatrix} N^* \\ T^* \\ M^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ T \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & -\mu & 0 \\ \mu & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N^* \\ T^* \\ M^* \end{bmatrix}$$

$R_i^* = t^T R_i \qquad R_k^* = t^T R_k$

$R^* = T^T R \qquad T^T = T^{-1}$

Matrica transformacije

- Generalisane sile na krajevima štapa u lokalnom i globalnom koordinatnom sistemu.



Matrica transformacije

- Vektor generalisanih pomeranja i vektor ekvivalentnog opterećenja se transformišu na isti način i kao vektor generalisanih sila.

$$q = Tq^* \qquad q^* = T^T q$$

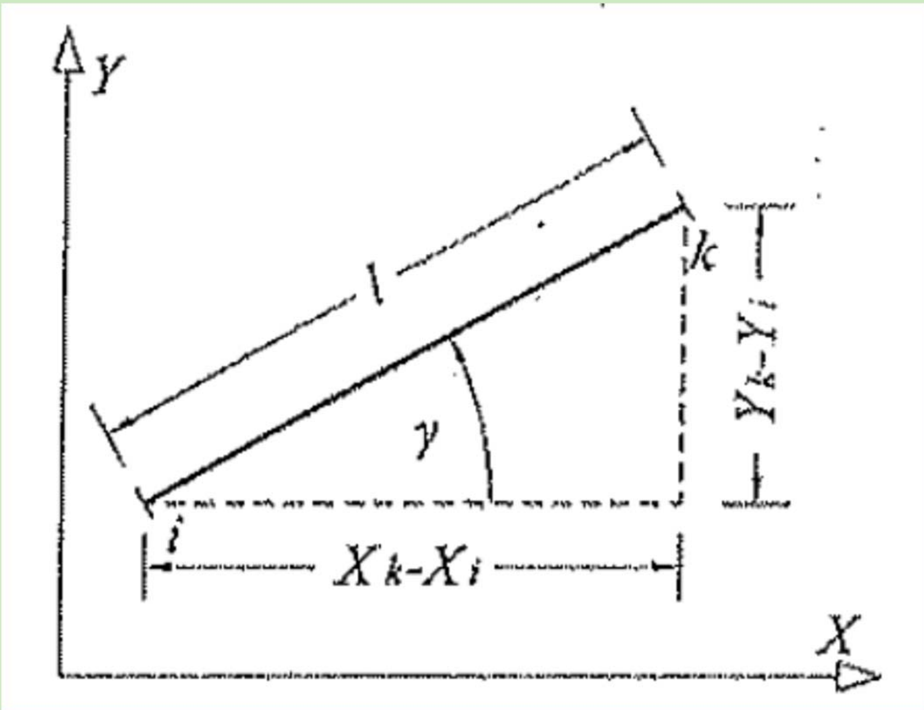
$$Q = TQ^* \qquad Q^* = T^T Q$$

- Ugao γ je pozitivan ako je orijentisan suprotno od kretanja kazaljke na satu.

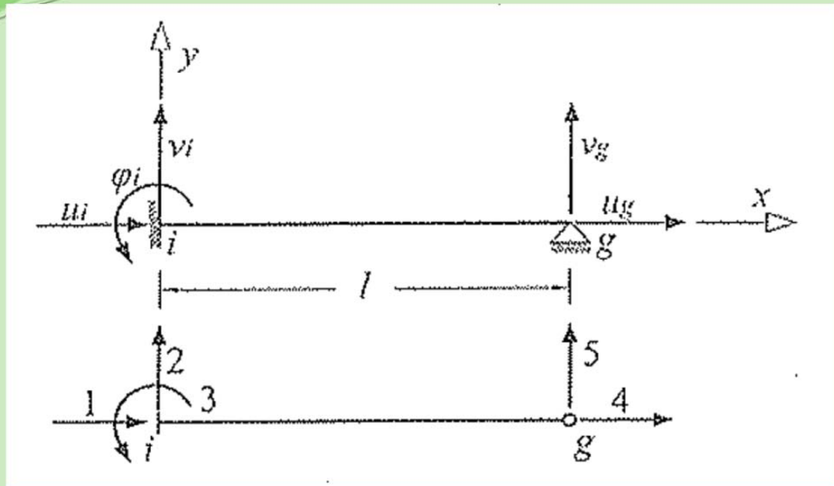
$$\lambda = \frac{X_k - X_i}{l}$$

$$\mu = \frac{Y_k - Y_i}{l}$$

$$l = \sqrt{(X_k - X_i)^2 + (Y_k - Y_i)^2}$$



Matrica transformacije štapa tipa g



$$\begin{bmatrix} N_i \\ T_i \\ M_i \\ N_k \\ T_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & & & \\ -\mu & \lambda & & & \\ & & 1 & & \\ & & & \lambda & \mu \\ & & & -\mu & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_i^* \\ T_i^* \\ M_i^* \\ N_k^* \\ T_k^* \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} N_i \\ T_i \\ N_k \\ T_k \\ M_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & & & \\ -\mu & \lambda & & & \\ & & \lambda & \mu & \\ & & -\mu & \lambda & \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_i^* \\ T_i^* \\ N_k^* \\ T_k^* \\ M_k^* \end{bmatrix}$$

$$T_g = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & & & \\ -\mu & \lambda & & & \\ & & 1 & & \\ & & & \lambda & \mu \\ & & & -\mu & \lambda \end{bmatrix}$$

$$T_g = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & & & \\ -\mu & \lambda & & & \\ & & \lambda & \mu & \\ & & -\mu & \lambda & \\ & & & & 1 \end{bmatrix}$$

Transformacija matrice krutosti

$$R = kq$$

$$R = TR^*$$

$$q = Tq^*$$

$$T^T = T^{-1}$$

$$\Rightarrow \quad TR^* = kTq^* \quad \Rightarrow \quad T^{-1}TR^* = T^{-1}kTq^* \quad \Rightarrow \quad R^* = T^TkTq^*$$

$$R^* = T^TkTq^*$$

$$R^* = k^*q^*$$

$$\boxed{k^* = T^TkT}$$

Matrica krutosti štapa u globalnom koordinatnom sistemu

ZAKLJUČAK

- Lokalni koordinatni sistem vezan je za štap. Njegov početak je u čvoru *i*, osa *x* se poklapa sa osom štapa, a ose *y* i *z* sa glavnim osama inercije poprečnog preseka štapa;
- Za analizu sistema povezanih štapova kao celine neophodno je definisati položaj svakog štapa u odnosu na jedan zajednički koordinatni sistem (globalni koordinatni sistem);
- Projektovanjem generalisanih sila u čvoru na lokalni koordinatni sistem uspostavlja se veza između vektora generalisanih sila u čvoru u lokalnom i globalnom koordinatnom sistemu preko matrice transformacije za čvor;
- Na osnovu matrice transformacije za čvor izvodi se matrica transformacije štapa;
- Vektor generalisanih pomeranja i vektor ekvivalentnog opterećenja se transformišu iz lokalnog u globalni sistem po istom principu kao i vektor generalisanih sila;
- Smenom transformisanih vektora generalisanih sila i vektora generalisanih pomeranja u relaciju koja uspostavlja vezu između ta dva vektora izvodi se transformacija matrice krutosti.

HVALA NA PAŽNJI