



**GRAĐEVINSKO–ARHITEKTONSKI FAKULTET
UNIVERZITET U NIŠU**

MATRIČNA ANALIZA KONSTRUKCIJA

ŠTAP SA JEDNOM KRUTOM A DRUGOM ZGLAKASTOM VEZOM

Predmetni nastavnik:

Dr Dragan Zlatkov, docent

Predmetni asistent:

Andrija Zorić

Niš, 2020.

SADRŽAJ

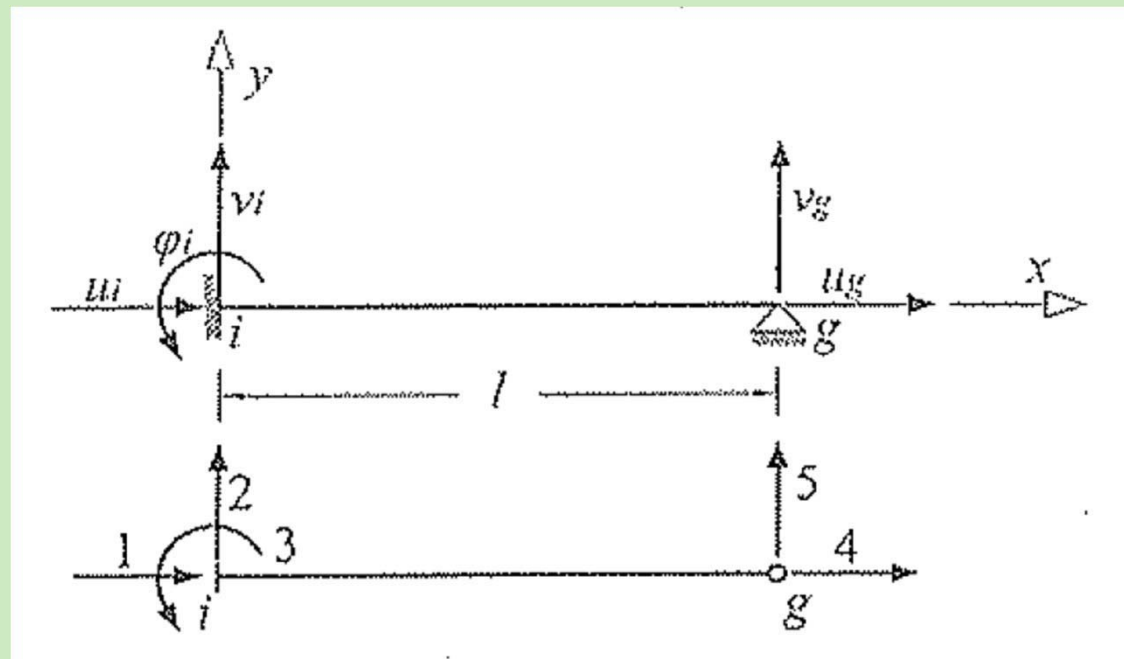
- LITERATURA;
- OSNOVNE POSTAVKE PROBLEMA;
- MATRICA KRUTOSTI ŠTAPA SA JEDNOM KRUTOM A DRUGOM ZGLAVKASTOM VEZOM (ŠTAP TIPAG);
- VEKTOR EKVIVALENTNOG OPTEREĆENJA ŠTAPA SA JEDNOM KRUTOM A DRUGOM ZGLAVKASTOM VEZOM (ŠTAP TIPAG);
- MATRICA KRUTOSTI ŠTAPA SA JEDNOM ZGLAVKASTOM A DRUGOM KRUTOM VEZOM (ŠTAP TIPAG);
- ZAKLJUČAK.

LITERATURA

- Sekulović, M. (2005): *Teorija linijskih nosača*, Građevinska knjiga, Beograd;
- Sekulović, M. (1988): *Metod konačnih elemenata*, Građevinska knjiga, Beograd;
- Petronijević, M., Racić, V. (2006): *Zbirka ispitnih zadataka iz teorije konstrukcija 1*, Građevinska knjiga, Beograd;
- Simonče, V. (1989): *Матрична анализа на конструкциите (Теорија на конструкциите II)*, Univerzitet “Kiril i Metodij”, Skopje.

Osnovne postavke problema

- Moment savijanja na kraju zglavkasto vezanog štapa jednak je nuli;
- Obrtanje na kraju zglavkasto vezanog štapa nije nezavisno generalisano pomeranje jer može da se eliminiše iz uslov da je moment u zglavkasto vezanom čvoru jednak nuli;
- Broj stepeni slobode štapa koji je na jednom kraju kruto vezan a na drugom zglavkasto vezan je 5.



Matrica krutosti štapa sa jednom krutom a drugim zglavkastom vezom (štap tipa g)

$$S = f^{-1}\delta = k_0\delta \quad \begin{bmatrix} S \\ M_i \\ M_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11}^0 & & \\ & k_{22}^0 & k_{23}^0 \\ & k_{32}^0 & k_{33}^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta l \\ \tau_i \\ \tau_k \end{bmatrix}$$

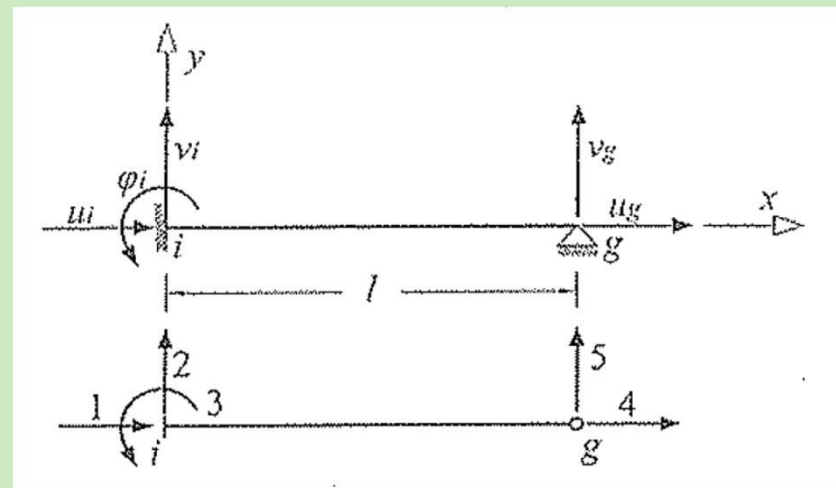
$M_k = M_g \quad \tau_k = \tau_g$ - usklađivanje oznaka

$$M_g = 0 \quad \Rightarrow \quad k_{32}^0\tau_i + k_{33}^0\tau_g = 0 \quad \Rightarrow \quad \tau_g = -\frac{k_{32}^0}{k_{33}^0}\tau_i = -\frac{b}{a_g}\tau_i$$

$$\begin{bmatrix} S \\ M_i \\ M_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta} & & \\ & a_i & b \\ & b & a_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta l \\ \tau_i \\ -\frac{b}{a_g}\tau_i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} S \\ M_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta} & \\ & a_i - \frac{b^2}{a_g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta l \\ \tau_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta} & \\ & d_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta l \\ \tau_i \end{bmatrix}$$

$$S = k_g^0\delta$$



Matrica krutosti štapa sa jednom krutom a drugim zglavkastom vezom (štap tipa g)

$\delta = cq$ - veza između osnovnih deformacijskih veličina i parametara pomeranja

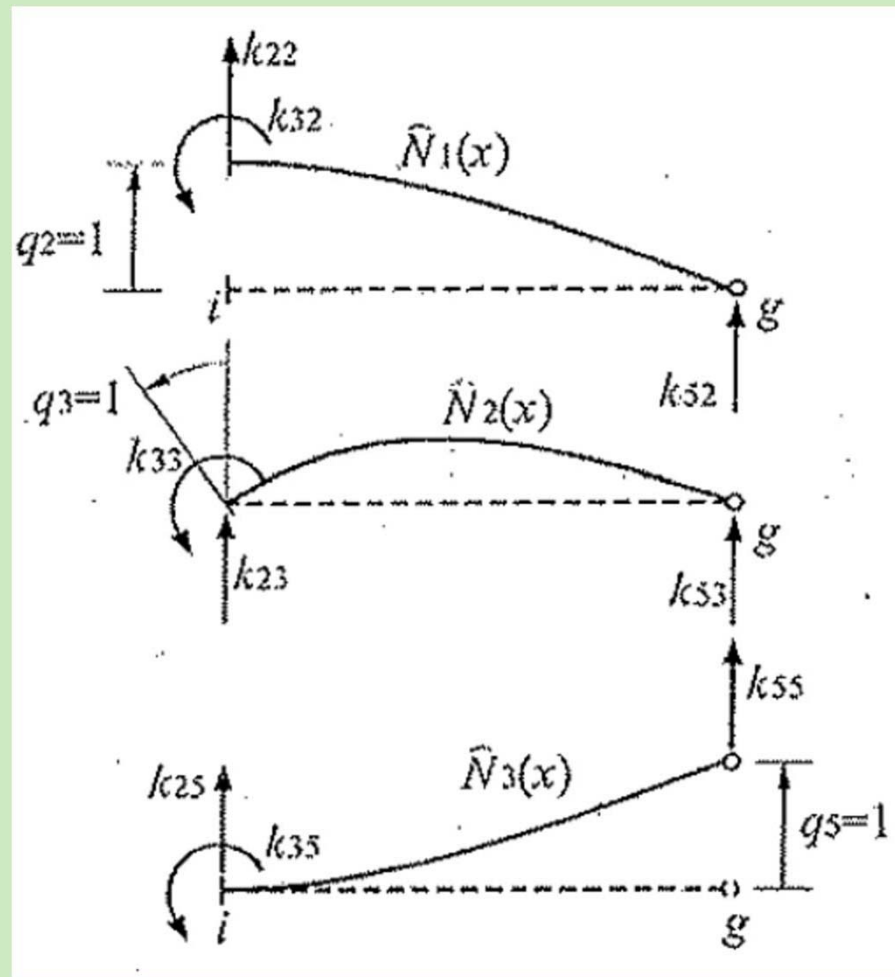
$$c = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{l} & 1 & 0 & -\frac{1}{l} & 0 \\ 0 & \frac{1}{l} & 0 & 0 & -\frac{1}{l} & 1 \end{bmatrix} \rightarrow c_g = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{l} & 1 & 0 & -\frac{1}{l} \end{bmatrix}$$

$$k_g = c_g^T k_g^0 c_g = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{l} \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta} \\ d_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{l} & 1 & 0 & -\frac{1}{l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta} & 0 & 0 & -\frac{1}{\delta} & 0 \\ 0 & \frac{d_i}{l^2} & \frac{d_i}{l} & 0 & -\frac{d_i}{l^2} \\ 0 & \frac{d_i}{l} & d_i & 0 & -\frac{d_i}{l} \\ -\frac{1}{\delta} & 0 & 0 & \frac{1}{\delta} & 0 \\ 0 & -\frac{d_i}{l^2} & -\frac{d_i}{l} & 0 & \frac{d_i}{l^2} \end{bmatrix}$$

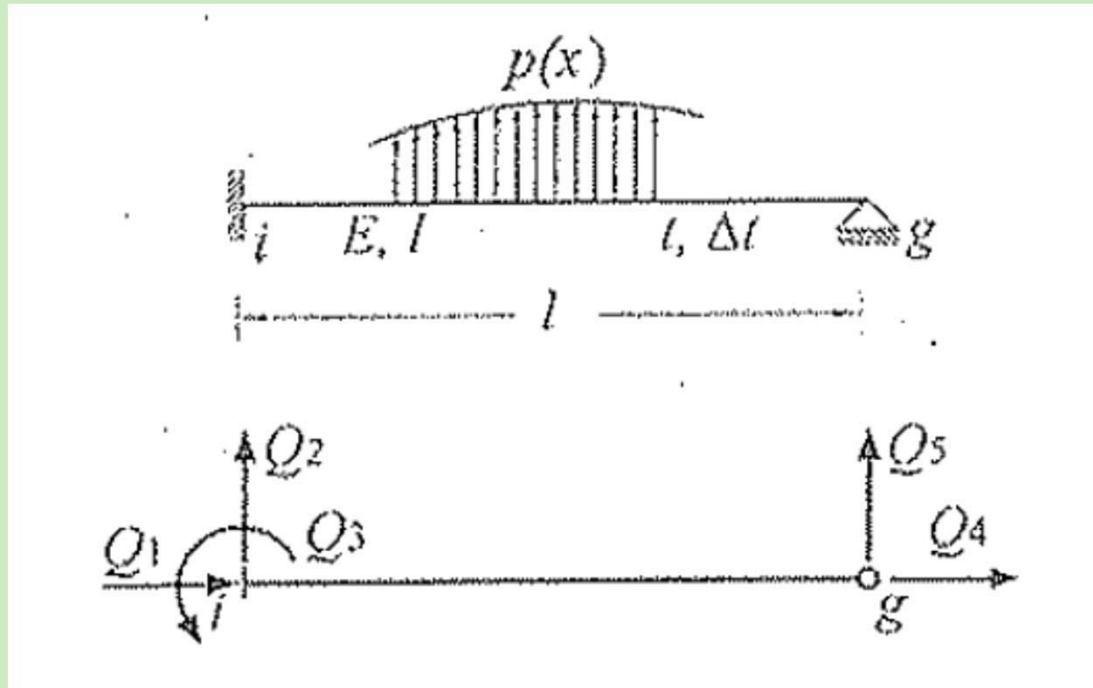
Matrica krutosti štapa sa jednom krutom a drugom zglavkastom vezom (štap tipa g)

$EI = \text{const.}$ $EF = \text{const.}$

$$k_g = \begin{bmatrix} \frac{EF}{l} & 0 & 0 & -\frac{EF}{l} & 0 \\ 0 & \frac{3EI}{l^3} & \frac{3EI}{l^2} & 0 & -\frac{3EI}{l^3} \\ 0 & \frac{3EI}{l^2} & \frac{3EI}{l} & 0 & -\frac{3EI}{l^2} \\ -\frac{EF}{l} & 0 & 0 & \frac{EF}{l} & 0 \\ 0 & -\frac{3EI}{l^3} & -\frac{3EI}{l^2} & 0 & \frac{3EI}{l^3} \end{bmatrix}$$



Vektor ekvivalentnog opterećenja štapa sa jednom krutom a drugom zglavkastom vezom (štap tipa g)



Ravnomero raspodeljeno
opterećenje

$$Q = \begin{bmatrix} Q_2 \\ Q_2 \\ Q_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} n_i \\ t_i \\ t_g \end{bmatrix} = \frac{p_0 l}{8} \begin{bmatrix} 5 \\ l \\ 3 \end{bmatrix}$$

Ravnomero raspodeljena
temperaturna razlika

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} n_i \\ t_i \\ m_i \\ n_g \\ t_g \end{bmatrix}_o - \begin{bmatrix} n_i \\ \tau_i \\ m_i \\ n_g \\ \tau_g \end{bmatrix}_{\Delta t}$$

$$Q = \begin{bmatrix} Q_2 \\ Q_2 \\ Q_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} n_i \\ t_i \\ t_g \end{bmatrix} = 1,5EI\alpha \frac{\Delta t}{h} \begin{bmatrix} \frac{1}{l} \\ 1 \\ -\frac{1}{l} \end{bmatrix}$$

Vektor ekvivalentnog opterećenja štapa sa jednom krutom a drugom zglavkastom vezom (štap tipa g)



$$EI = \text{const.} \quad EF = \text{const.}$$

$$k_g = \begin{bmatrix} \frac{EF}{l} & 0 & -\frac{EF}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3EI}{l^3} & 0 & -\frac{3EI}{l^3} & \frac{3EI}{l^2} \\ -\frac{EF}{l} & 0 & \frac{EF}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3EI}{l^3} & 0 & \frac{3EI}{l^3} & -\frac{3EI}{l^2} \\ 0 & \frac{3EI}{l^2} & 0 & -\frac{3EI}{l^2} & \frac{3EI}{l} \end{bmatrix}$$

ZAKLJUČAK

- Iz uslova da je moment u zglavkasto vezanom čvoru jednak nuli određuje se obrtanje zglavkasto vezanog čvora;
- Obrtanje zglavkasto vezanog čvora nije nezavisno generalisano pomeranje, pa je broj stepeni slobode štapa tipa g pet;
- Smenom veze između obrtanja zglavkasto vezanog čvora i obrtanja kruto vezanog čvora u baznu matricu krutosti izvodi se bazna matrica krutosti štapa tipa g k_g^0 ;
- Preko bazne matrice krutosti štapa tipa g k_g^0 i matrice c izvodi se konvencionalna matrica krutosti štapa tipa g;
- Vektor ekvivalentnog opterećenja za štap koji je na jednom kraju kruto a na drugom zglavkasto vezan izvodi se na osnovu istih principa i pravila kao za obostrano kruto vezan štap.

HVALA NA PAŽNJI

