



## VEŽBANJE 4, 5, 6

### Proračun vitkih elemenata prema graničnoj nosivosti (član 103÷108)

#### KLASIFIKACIJA KONSTRUKCIJA PREMA OSETLJIVOSTI NA HORIZONTALNA POMERANJA

Konstrukcija se može smatrati praktično nepomerljivom ako su elementi koji je ukružuju u horizontalnom pravcu relativno simetrično raspoređeni u osnovi objekta i ako njihova krutost na savijanje zadovoljava sledeće bezdimenzionalne relacije:

$$H \cdot \sqrt{\frac{\sum Q}{\sum E_b \cdot b}} \leq 0.20 + 0.10 \cdot n, \quad n \leq 3$$

$$H \cdot \sqrt{\frac{\sum Q}{\sum E_b \cdot b}} \leq 0.60, \quad n \geq 4$$

- H - ukupna visina deformabilnog pomerljivog dela konstrukcije, mereno od nivoa temelja ili od nivoa "uklještenja" za uticaje seizmike ili vetra  
n - ukupan broj spratova konstrukcije  
 $E_b \cdot b$  - suma krutosti na savijanje u neisprskalom stanju svih vertikalnih elemenata za ukrućenje objekta u pravcu za koji se utvrđuje osetljivost na pomeranja. Ako se krutost elementa menja po visini, može se u proračun uvesti odgovarajuća krutost  
Q - suma svih vertikalnih eksploatacionih opterećenja, uključujući i deo opterećenja koje prihvataju elementi za ukrućenje

## DUŽINA IZVIJANJA (EFEKTIVNA DUŽINA) STUBA

Pod dužinom izvijanja armiranobetonskog stuba se podrazumeva razmak nultih tačaka momenata savijanja drugog reda. To su mesta na kojima momenti drugog reda i krivine menjaju znak. Dužina izvijanja se može opisati kao:

$$l_i = k \cdot l$$

- $l_i$  - dužina izvijanja
- $l$  - slobodna, nepoduprta dužina stuba u posmatranoj ravni deformacija
- $k$  - faktor efektivne dužine stuba, koji odražava uticaj pomerljivosti krajeva i uticaj stepena uklještenja krajeva na dužinu izvijanja

Faktor efektivne dužine, za stubove sa nepomerljivim krajevima, nalazi se u granicama  $0.50 \leq k \leq 1.0$ , dok je u slučaju stubova sa pomerljivim krajevima njegova vrednost u granicama  $1.0 \leq k \leq \infty$ .

Da bi se odredila vrednost faktora efektivne dužine stuba, potrebno je da se za oba kraja stuba odredi odnos ( $\psi$ ) ukupne krutosti svih stubova  $\sum(E \cdot I / l)_s$ , prema ukupnoj krutosti svih greda - rigli  $\sum(E \cdot I / L)_r$  vezanih u posmatranom čvoru.

$$\psi = \frac{\sum(EI/l)_s}{\sum(EI/L)_r}$$

- $l$  - visina odgovarajućeg stuba
- $L$  - dužina odgovarajuće grede

Za potpuno uklješten kraj stuba  $\psi = 0$

Za zglobno oslonjen kraj stuba  $\psi = \infty$

Sa određenim odnosima  $\psi$  za oba kraja posmatranog stuba iz nomograma se očitava vrednost faktora efektivne dužine stuba  $k$ .

Ukoliko je sračunata vrednost faktora  $\psi$  manja od 0.40, usvaja se minimalna vrednost  $\psi = 0.40$  jer se dobijaju podcenjene vrednosti dužine izvijanja realnih AB stubova.

*Smatra se da za dužinu izvijanja stuba nepomerljivih ramova ne treba usvajati vrednost manju od 85% spratne visine.*

Kao alternativa nomogramima mogu da se primene sledeće formule za određivanje faktora efektivne dužine  $k$  (*British Standard 8110*):

- Za **nepomerljive ramove**, za faktor efektivne dužine usvaja se manja od sledećih vrednosti:

$$k = 0.70 + 0.05 \cdot (\psi_a + \psi_b)$$

$$k = 0.85 + 0.05 \cdot \psi_{\min}$$

- Za **pomerljive ramove**, za faktor efektivne dužine usvaja se manja od sledećih vrednosti:

$$k = 0.70 + 0.05 \cdot (\psi_a + \psi_b)$$

$$k = 0.85 + 0.05 \cdot \psi_{\min}$$

$\psi_{\min}$  je manja od dve vrednosti  $\psi_a$  i  $\psi_b$ .

## VITKOST STUBA

Uz pretpostavku da je dužina izvijanja ( $l_i$ ) poznata, vitkost ( $\lambda_i$ ) se definiše kao:

$$\lambda_i = \frac{l_i}{i_b}$$

$i_b$  - poluprečnik inercije betonskog dela poprečnog preseka za osu oko koje se presek obrće prilikom izvijanja ili savijanja

$$i_b = \sqrt{\frac{I_b}{A_b}}$$

$I_b$  - odgovarajući moment inercije homogenog betonskog dela poprečnog preseka

$A_b$  - površina homogenog betonskog dela poprečnog preseka

U članu 105 su dati slučajevi kada se ne vrši provera stabilnosti vitkih elemenata na izvijanje.

Za pomerljive i nepomerljive sisteme, provera stabilnosti vitkog elementa na izvijanje nije potrebna ukoliko je zadovoljen bar jedan od sledećih uslova:

$$\lambda_i < 25$$

$$e_1/d > 3.50 \quad , \quad \lambda_i \leq 75$$

$$e_1/d \geq \frac{3.50 \cdot \lambda_i}{75} \quad , \quad \lambda_i > 75$$

gde je:

- $e_1$  - ekscentricitet normalne sile pritiska sračunat po teoriji I reda za elastičan sistem
- $d$  - odgovarajuća visina poprečnog preseka u pravcu ekscentriciteta  $e_1$

U slučaju nepomerljivih sistema, kod stubova gde se momenti savijanja prvog reda linearno menjaju duž ose štapa, prvi uslov se zamenjuje sledećim:

$$\lambda_i \leq 50 - 25 \cdot \frac{M_1}{M_2}$$

$M_1$  i  $M_2$  su momenti na krajevima izolovanog vitkog elementa sračunati po teoriji prvog reda. Treba voditi računa da se  $M_1$  i  $M_2$  u prethodni izraz unose sa pravim algebarskim vrednostima.  $M_1$  i  $M_2$  se moraju tako izabrati da bude ispunjen uslov:

$$|M_2| > |M_1|$$

Svi ostali slučajevi, koji nisu obuhvaćeni u prethodnim, podležu postupku provere stabilnosti na izvijanje.

Trenutno važeći propisi dozvoljavaju određivanje vitkosti za višespratne okvire sa pomerljivim čvorovima prema približnom obrascu (prosečna vitkost k-tog sprata):

$$\lambda_{ik} = \sqrt{\frac{12 \cdot \delta_k \cdot A_{bk}}{I_k}}$$

- $\delta_k$  - relativno horizontalno pomeranje posmatranog sprata u odnosu na donji sprat usled dejstva horizontalne sile  $H=1.0$ , koja deluje na vrhu konstrukcije, računato sa modulom elastičnosti betona  $E_b = 1.0$
- $A_{bk}$  - zbir svih poprečnih preseka stubova posmatranog sprata
- $I_k$  - teorijska spratna visina k-tog sprata

OBLAST “**SREDNJE VITKOSTI**” ( $25 < \lambda_i < 75$ )

Propisi omogućuju da se za jedno veliko područje vitkosti ( $25 < \lambda_i < 75$ ) mogu dovoljno tačno primeniti približni postupci koji na jednostavan i brz način približno uvode efekte teorije II reda.

U daljem tekstu će biti objašnjen približni postupak tzv. “DOPUNSKE EKSCENTRIČNOSTI”:

 **$e_1$  - ekscentricitet usled uticaja I reda**

$$e_1 = \frac{M}{N}$$

Kod sistema sa nepomerljivim čvorovima, pri linearnoj raspodeli eksploatacionih momenata savijanja duž osovine štapa, ekscentricitet  $e_1$  se dovoljno tačno određuje iz izraza:

$$e_1 = \frac{1}{N} \cdot (0.65 \cdot M_2 + 0.35 \cdot M_1)$$

gde su:

$M_1$  i  $M_2$  - momenti savijanja na krajevima štapa, sračunati za opterećenje u stanju upotrebljivosti, pri čemu je:

$$|M_2| > |M_1|$$

Za sistem štapova sa pomerljivim čvorovima mora se unapred definisati figura izvijanja. Zatim se, za merodavne konstelacije opterećenja, u srednjim trećinama dužina izvijanja odredi pomenuti ekscentricitet  $e_1$ .

 **$e_0$  - ekscentricitet usled netačnosti pri izvođenju**

Ovu ekscentričnost treba uzimati u obzir i kod približnih i kod tačnih proračuna.

$$2.0 \text{ cm} \leq e_0 = \frac{l}{300} \leq 10.0 \text{ cm}$$

$l$  - sistemna dužina elementa

Za okvire sa pomerljivim čvorovima dodatna ekscentričnost  $e_0$  određuje se iz pretpostavke da je nagib (ugao odstupanja od vertikale)  $\alpha$  vitkog stuba okvira usled netačnosti pri izvođenju takav da je ispunjeno:

$\text{tg}\alpha = \frac{1}{150}$  - za jednospratne okvire opterećene uglavnom vertikalnim opterećenjem

$\text{tg}\alpha = \frac{1}{200}$  - za ostale tipove ramova

**$e_{\varphi}$  - dodatni ekscentricitet usled tečenja betona**

Uticaji skupljanja i tečenja betona mogu se zanemariti ako je:

$$\lambda_i \leq 50$$

$$\frac{e_1}{d} \geq 2$$

$$N_g \leq 0.20 \cdot N_q$$

gde je:

$e_1$  - ekscentricitet normalne sile pritiska po teoriji I reda za elastičan sistem u merodavnom preseku unutar srednje trećine dužine izvijanja  $l_i$

$d$  - odgovarajuća visina poprečnog preseka u pravcu ekscentriciteta  $e$

$N_g$  - eksploataciona normalna sila pritiska od stalnog opterećenja

$N_q$  - eksploataciona normalna sila pritiska od totalnog opterećenja

Kada nisu ispunjeni prethodni uslovi, treba uvesti uticaje tečenja preko povećanja ekscentričnosti prema izrazu:

$$e_{\varphi} = (e_{1g} + e_0) \cdot \left( 2.718^{\frac{\alpha_E}{1-\alpha_E} \cdot \varphi} - 1 \right)$$

$$\alpha_E = \frac{N_g}{N_E}$$

$$N_E = E_b \cdot I_b \cdot \frac{\pi^2}{l_i^2}$$

$e_{1g}$  - ekscentricitet normalne sile od stalnog opterećenja

$e_0$  - ekscentricitet usled netačnosti pri izvođenju konstrukcije

 **$e_2$  - dodatni ekscentricitet II reda**

Ova ekscentričnost se određuje prema sledećim obrascima, koji su u funkciji vitkosti ( $\lambda_i$ ) i ekscentričnosti I reda ( $e_1$ ):

$$e_2 = d \cdot \frac{\lambda_i - 25}{100} \cdot \sqrt{0.10 + \frac{e_1}{d}}, \quad 0.0 \leq \frac{e_1}{d} \leq 0.30$$

$$e_2 = d \cdot \frac{\lambda_i - 25}{160}, \quad 0.30 \leq \frac{e_1}{d} \leq 2.50$$

$$e_2 = d \cdot \frac{\lambda_i - 25}{160} \cdot \left( 3.50 - \frac{e_1}{d} \right), \quad 2.50 \leq \frac{e_1}{d} \leq 3.50$$

gde je:

$d$  - dimenzija poprečnog preseka u pravcu izvijanja

OBLAST “**VELIKE VITKOSTI**” ( $75 < \lambda_i < 140$ )

U slučaju velike vitkosti ( $75 < \lambda_i < 140$ ), uticaji u vitkoj konstrukciji moraju se proračunati prema teoriji II reda.

Ako ne postoje uslovi da se sračunaju uticaji po teoriji II reda, za pomerljive ramove moguće je koristiti P –  $\Delta$  postupak koji je prikazan u **PRIMERU 6**.

Ovim postupkom se dobijaju granični uticaji koji približno obuhvataju i efekte II reda u bilo kom preseku konstrukcije.

Navedeni primeri odnose se na publikaciju:

“Zbirka rešenih ispitnih zadataka iz betonskih konstrukcija”

D.Petković, P.Bлагоjević, GF Niš, 1993.

<b>PRIMER 1:</b>	Zadatak 1	(strana I/20÷23	<b>POS S1)</b>
<b>PRIMER 2:</b>	Zadatak 1	(strana I/23÷26	<b>POS S2)</b>
<b>PRIMER 3:</b>	Zadatak 2	(strana II/11÷14	<b>POS S1)</b>
<b>PRIMER 4:</b>	Zadatak 3	(strana III/3÷7	<b>POS S1)</b>
<b>PRIMER 5:</b>	Zadatak 3	(strana III/7÷10	<b>POS S2)</b>
<b>PRIMER 6:</b>	Zadatak 6	(strana VI/14÷20)	
<b>PRIMER 7:</b>	Zadatak 7	(strana VII/9÷12	<b>POS štap 5)</b>