

DRVENE KONSTRUKCIJE 2

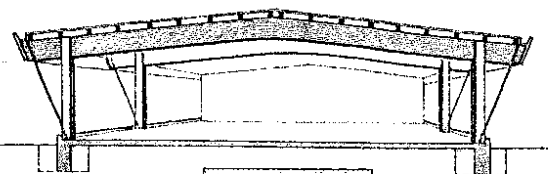
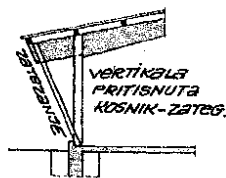
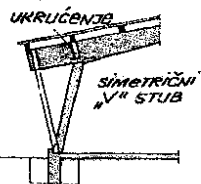
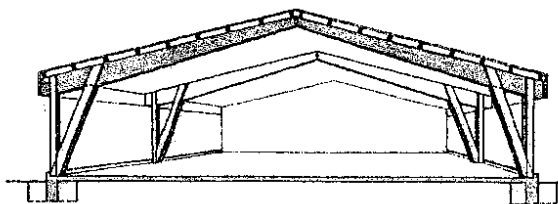
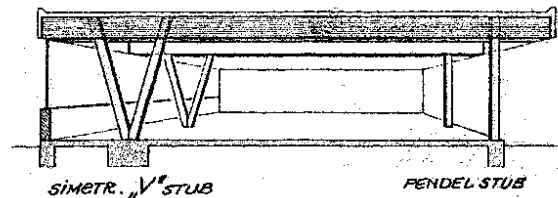
**(6. semestar studija smera za konstrukcije na
Građevinskom odseku)**

**Proračun nosača od lepljenog lameliranog
drveta, određenih geometrijskih formi
(30. mart, 7. april 2020.)**

PRORAČUN NOSAČA OD LEPLJENOG LAMELIRANOG DRVETA

Konstrukcija ramova

U savremenim drvenim konstrukcijama ramovi najrazličitijih oblika i sistema nalaze veliku primenu. Posebno mesto u eksploataciji lepljenih lameliranih konstrukcija zauzimaju ramovi na tri zgloba.



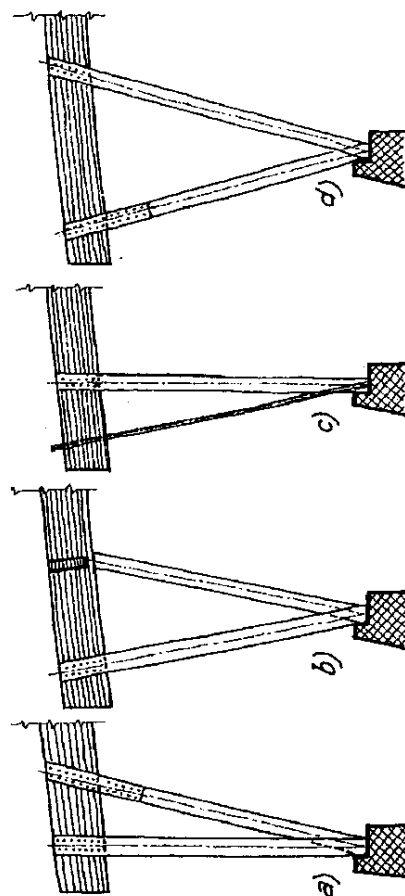
Slika 6.49a

Konstrukcije uglova ramova mogu biti uglavnom dvojako konstruisane.

a) sa osloncem u vidu složenih konstrukcija stubova, sa stubom oblikovanim iz dva štapa, kao na sl. 6.49. Kod oblikovanja ramova po sl. 6.49. moguće su različite kombinacije u konstrukciji stubova, u svemu kako je pokazano na slici (najbolje – pritisnuti štap prostog preseka a zategnuti štap od čelika ili iz dva preseka), i

b) sa monolitnom vezom rigla rama – stuba, sl. 6.50. Kod ove monolitne veze, koje se uglavnom izvode u zatvorenim prostorima, moguće je:

1. Vezu ostvariti krivinom (sl. 6.50a.) odnosno stub i rigla rama su konstrukcijska – monolitna celina i izvode se jednovremeno, u radionici. Pri tome linija ekstradosa ugla rama može biti zaobljena, po krivini, ili izvedena sa oštrim prelomom. U ovom drugom slučaju, sa oštrim prelomom ekstradosa, dodatni deo skoro redovno ne učestvuje u



Slika 6.49b

radu preseka. Konstrukcije ovakvih ramova zahtevaju posebne gabarite prilikom transporta – od radionice do gradilišta (do mesta montaže).

2. Formirati oštri ugao rama uz pomoć zubčaste veze odnosno veze izvedene cinkanjem (sl. 6.50b i c). Ovakav oblik ramova omogućuje bolje iskorišćenje prostora, volumena hale, u poređenju sa ramovima koji imaju zakrivljene uglove. Ovakve konstrukcije ramova omogućuju izradu nastavaka u radionici, kada se gotov poluram transportuje do gradilišta, ali i mogućnost da se nastavak u uglu izvede i na gradilištu – kao **montažni nastavak**. U ovom drugom slučaju uslovi transporta su puno povoljniji (posebno se transportuje rigla, a posebno stub rama). Prilikom izrade nastavka u uglu rama kao montažnog, na gradilištu, posebna pažnja mora se obratiti uslovima izrade jedne ovakve veze (tačnost izrade zubaca u zubčastom spoju, uslovi lepljenja – temperatura, vlažnost, vreme držanja nastavaka pod pritiskom, potrebno vreme kondicioniranja, – uostalom, uslovi izrade montažnog nastavka treba da budu adekvatni uslovima rada u radionici).

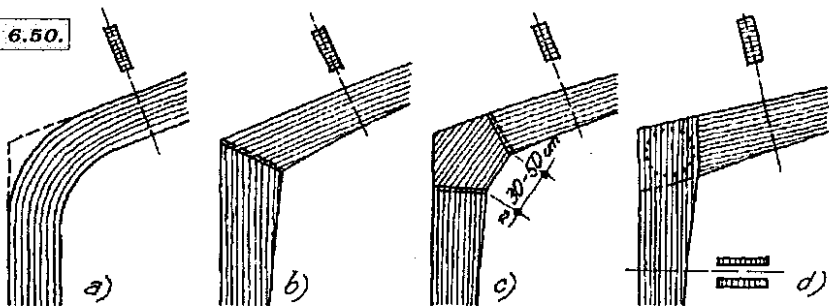
Ugao rama može biti izveden sa jednom zubčastom spojnicom, redovno u simetrali ugla preloma, ili sa dve zubčaste spojnice, odnosno sa ubacivanjem jednog klinastog komada u ugao rama (sl. 6.50b i c).

Kod oblikovanja ovakvih uglova ramova od posebne je važnosti kako se "vode" lamele u rigli odnosno stubu. Kako su redovno elementi rama promenljive visine to lamele treba da idu kontinualno i || sa spoljnom ivicom rama, sa linijom ekstradosa, a da se sa donje strane, na intradosu, klinasto završavaju, i

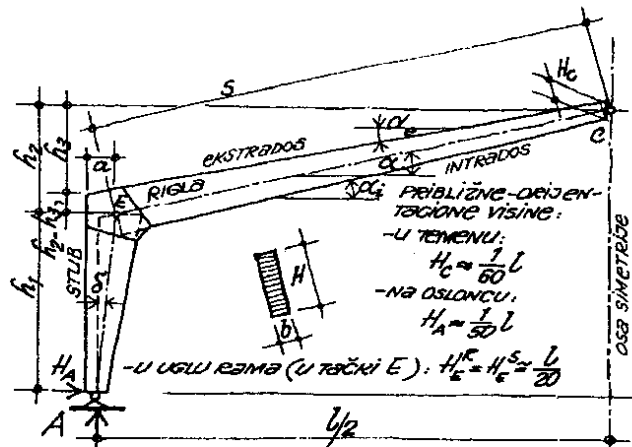
PRORAČUN NOSAČA OD LEPLJENOG LAMELIRANOG DRVETA

Konstrukcija ramova

Slika 6.50.



Slika 6.51.



3. Slučaj kada se ugao rama formira ugrađivanjem mehaničkih spojnih sredstava (Sl. 6.50d) – uz pomoć karika ili štapastih spojnih sredstava (trnova, na primer. Štapastim spojnim sredstvima u praksi se daje prednost jer je, po pravilu, veća nosivost veze nego li kada se upotrebe patentirani ulošci). Nastavak odnosno veza u uglu redovno se izvodi kao montažni nastavak (povoljniji uslovi transporta).

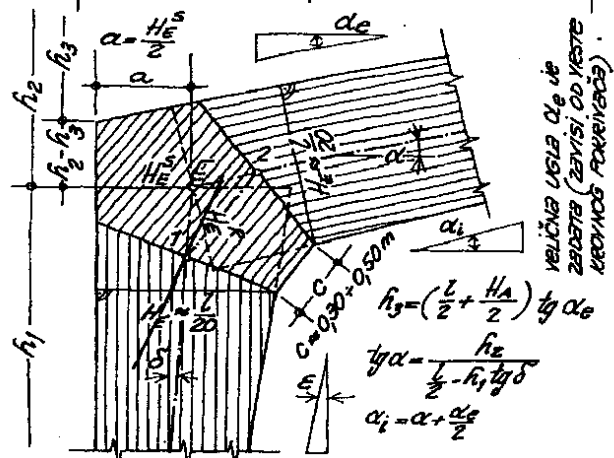
Kod ovakvih nastavaka spojna sredstva se redovno raspoređuju po krugu. Kružni raspored spojnih sredstava ima sledeća preimućstva:

- omogućuje laku izradu nastavaka (na gradilištu);
- ugrađivanje spojnih sredstava je krajnje jednostavno; i
- ovakva veza daje široke mogućnosti za povoljno estetsko oblikovanje silueta nosača, odnosno rama.

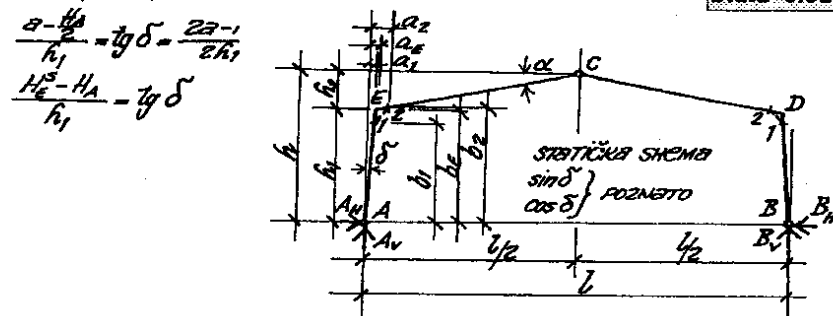
Jedna ovakva veza zahteva da rigla rama bude prostog a stub složenog preseka, što je češći slučaj u praksi, – ili obrnuto (rigla rama iz dva dela a stub je prostog preseka).

Da bi se postigla što kvalitetnija izrada veze rupe, odnosno žljebove za spojna sredstva treba bušiti na licu mesta, na gradilištu, neposredno pred spajanje elemenata u celinu (greške usled eventualnih deformacija – skupljanje odnosno bubrenje drveta usled promene % vlažnosti – svode se na minimum).

Konstruktivske pojedinosti. Uglovi ramova monolitno izvedeni po krivini, sl. 6.50a, računaju se i konstruišu u svemu kao i zakrivljeni štapovi. Što znači, da osim normalnih napona treba proveriti i napon zatezanja odnosno pritiska \perp na vlakna (zavisno od smera momenta savijanja). O detaljima sa sl. 6.50b, c i d – kasnije će biti više reči.



Slika 6.52.

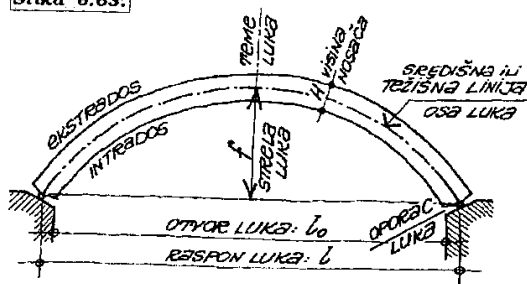


PRORAČUN NOSAČA OD LEPLJENOG LAMELIRANOG DRVETA

Lučni nosači

Generalno pomatrano lučni nosači, po definiciji, su zakrivljeni nosači čija sistemna osa ima oblik kružnog luka, lančanice (rede) ili parabole. Isto tako osa luka može da ima i oblik elipse. U savremenim drvenim konstrukcijama lučni nosači nalaze primenu kao pojedinačni - osnovni noseći elementi konstrukcije. Opšta karak-

Slika 6.63.



teristika jedne lučne konstrukcije su njene horizontalne reakcije, horizontalni potisak luka, kojim se lučni nosač oslanja na svoje oporce, odnosno teme luke. Isto tako, kako je poznato iz Statike konstrukcija, opterećenje lučnih nosača u pojedinim presecima izaziva normalnu (pritisujuću) silu koja dominira u odnosu na momente savijanja i poprečne sile. Ove pojave su posledica zakrivljenosti podužne ose štapa, odnosno luka.

Konstrukcija luka definiše se svojim otvorom odnosno rasponom i veličinom strele (otvor luka je rastojanje od jednog do drugog oslonca - svetli otvor a raspon je rastojanje od ose jednog do ose drugog ležišta luka; strela luka je rastojanje od prave koja spaja ležišta - oslonce luka do težišta preseka u temenu, do težišta preseka u sredini raspona luka). Odnos strele luka prema rasponu (f/l) naziva se **stinjenost ili plitkost luka**. Ukoliko je odnos f/l manji utoliko je stinjenost luka veća i obrnuto. Od veličine stinjenosti umnogome zavisi raspored i intenzitet presečnih sila u luku.

U poprečnom preseku lučni nosači mogu da imaju oblike kao i kod grednih odnosno ravninskih nosača. U praksi savremenih lepljenih konstrukcija najviše se koristi pravougaoni poprečni presek luka.

Oblik luka u vertikalnoj projekciji definiše se oblikom njegove središne odnosno težišne linije. Po definiciji, **središna ili težišna linija** luka je linija koja spaja težišta preseka dužinom luka (za razliku od potporne linije). **Potporna linija** ili **linija pritisaka** u

luku je linija koja spaja napadne tačke rezultanta napona u pojedinim presecima. Potporna linija je promenljiva i zavisi od opterećenja, menja se od slučaja do slučaja zavisno kako deluje opterećenje na luk, dok je središna odnosno težišna linija luka zavisna od njegovih geometrijskih karakteristika.

Na konstrukciji jednog luka treba razlikovati: **teme luka** - presek u osi simetrije luka, na sredini raspona; i **oporce luka** - njegove preseke na osloncima. Visine preseka luka definišu se oblikom gornje (ekstrados) i donje (intrados) linije luka. U drvenim konstrukcijama ovo su obično koncentrične krive linije mada to ne mora da bude pravilo. Kada je visina preseka lučnog nosača (H) konstantna njegovom dužinom, onda se kaže da su to luci sa konstantnom visinom preseka, sa konstantnim momentom lenjivosti. I obrnuto, kada se dužinom nosača visina preseka menja onda su to luci sa promenljivim momentom inercije, sa promenljivom visinom.

U savremenim lameliranim drvenim konstrukcijama najviše se koriste sledeći statički sistemi lukova:

1. Luk sa tri zgloba, sa ili bez zatege, i
2. Luk sa dva zgloba, takode sa ili bez zatege.

Pri tome moment inercije može da bude konstantan ili promenljiv, sl. 6.64.

Luk na tri zgloba ili trozglobni luk je statički određen sistem, sistem gde se presečne sile mogu odrediti iz osnovnih uslova ravnoteže. Kako se odeđuju reakcije oslonaca i veličine presečnih sila detaljno je objašnjeno u Statici konstrukcija.

Kada se podužna osa, odnosno središna ili težišna linija luka ne poklapa sa potpornom linijom za zadato opterećenje, a to je čest i redovan slučaj u drvenim konstrukcijama i uopšte kod ovakvih sistema, rezultanta sila u posmatranom preseku ne deluje u težištu niti upravno na presek, sl. 6.66. To znači, kao što je poznato, da u posmatranom preseku luka deluju tzv. presečne sile (Sl. 6.66).

$$M_s = N_s \cdot e \Rightarrow \text{moment savijanja,}$$

$$N_s = R \cdot \cos \varphi \Rightarrow \text{normalna sila,}$$

$$T_s = R \cdot \sin \varphi \Rightarrow \text{transverzalna sila.}$$

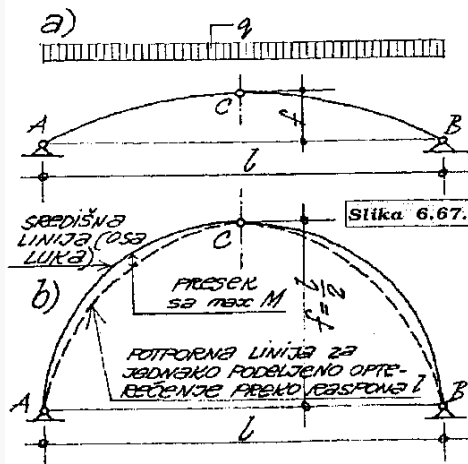
Slika 6.64.

ni nosači mogu da imaju oblike kao i kod grednih odnosno ravninskih nosača. U praksi savremenih lepljenih konstrukcija najviše se koristi pravougaoni poprečni presek luka.

Oblik luka u vertikalnoj projekciji definiše se oblikom njegove središne odnosno težišne linije. Po definiciji, **središna ili težišna linija** luka je linija koja spaja težišta preseka dužinom luka (za razliku od potporne linije). **Potporna linija** ili **linija pritisaka** u

PRORAČUN NOSAČA OD LEPLJENOG LAMELIRANOG DRVETA

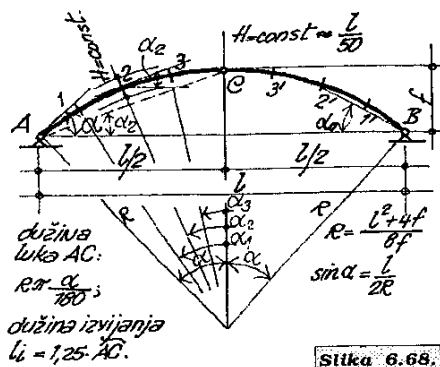
Lučni nosači-luk na tri zgloba



Dominirajući uticaj po preseccima jednog luka na tri zgloba, za moguća opterećenja koja se u praksi mogu javiti, su - moment savijanja (M) i normalna sila (N). Zavisno od zadatog opterećenja, njegovog intenziteta i rasporeda, i geometrijskih karakteristika luka dijagram momenta savijanja može da bude posve različit. Tako, na primer, za luk koji ima stinjenost $f/l = 1/8$ potporna linija za jednako podeljeno opterećenje preko celog raspona i središnja linija skoro da se poklapaju. To znači da su momenti savijanja u luku minimalnih veličina, sl. 6.67a. Međutim za stinjenost

luka $f/l = 1/2$ ova razlika je znatna (između oblika središnje i potporne linije) pa su momenti savijanja veći, sl. 6.67b.

Kao što se iz sl. 6.67. vidi, za simetrično opterećenje, zavisno od oblika i stinjenosti luka, maksimalni moment savijanja (sa znakom "-") javlja se približno na četvrtini raspona (vlakna intradosa su pritisnuta), jer je na ovom mestu i odstupanje oblika potporne linije od središnje linije najveće. Za nesimetrično opterećenje momentna linija menja znak u rasponu pa se momenti znatno uvećavaju na $1/2$ raspona.



Kao što je iz statike konstrukcija poznato u oslonničkim preseccima i temenom zglobu $M=0$. Na primer, za jedan simetričan luk na tri zgloba, kakav se najčešće sreće u savremenim drvenim konstrukcijama apliciranim u objekte visokogradnje, računski postupak se sastoji u sledećem (sl. 6.68.):

- najpre se dužina polu luka AC podeli na n jednakih delova - obično 3 do 5 preseka. Za svaki presek treba sračunati ordinatu i odgovarajući ugao α . Istovremeno treba

sračunati sve geometrijske karakteristike sistema;

- konstrukciju luka treba proveriti na zadato opterećenje, koje se u objektima visokogradnje sastoji od:

1. Sopstvena težina krovnog pokrivača zajedno sa rožnjačama $\Rightarrow g$ (kN/m^2) zakrivljene krovne površine,
2. Sopstvena težina nosača $\Rightarrow g_0$ (kN/m^1) nosača,
3. Opterećenje snegom \Rightarrow (kN/m^2) osnove krova,
4. Opterećenje vetrom $\Rightarrow w$ (kN/m^2) \perp na krovnu ravan.

Adekvatnom analizom zadata opterećenja treba svesti po m^2 osnove konstrukcije za g , g_0 i s i upravno na krovnu ravan za w , takođe po m^2 (na primer, od sopstvene težine - deo A-2 $\Rightarrow g/\cos \alpha_0 \cdot$ razmak nosača + $g_0 \Rightarrow$ po m^1 nosača; ili za deo 2-C $\Rightarrow g/\cos \alpha_2 \cdot$ razmak nosača + $g_0 \Rightarrow$ po m^1 nosača.

Na sličan način dobijaju se i uticaji od snega s tim što se vodi računa da se promenom ugla α menja i intenzitet opterećenja od snega. Na sličan način dobijaju se i uticaji od vetra).

Za usvojeni broj preseka (1,2,3,...n) na poznat način računaju se momenti savijanja (M), reakcije oslonaca odnosno normalne sile (N). Ovakav račun treba sprovesti ponaosob za sledeće slučajeve opterećenja.

1. Sopstvena težina;
2. Opterećenje snegom preko celog raspona;
3. Opterećenje snegom samo na levoj polovini raspona;
4. Opterećenje snegom samo na desnoj polovini raspona;
5. Uticaj vetra sa leve strane; i
6. Uticaj vetra sa desne strane luka.

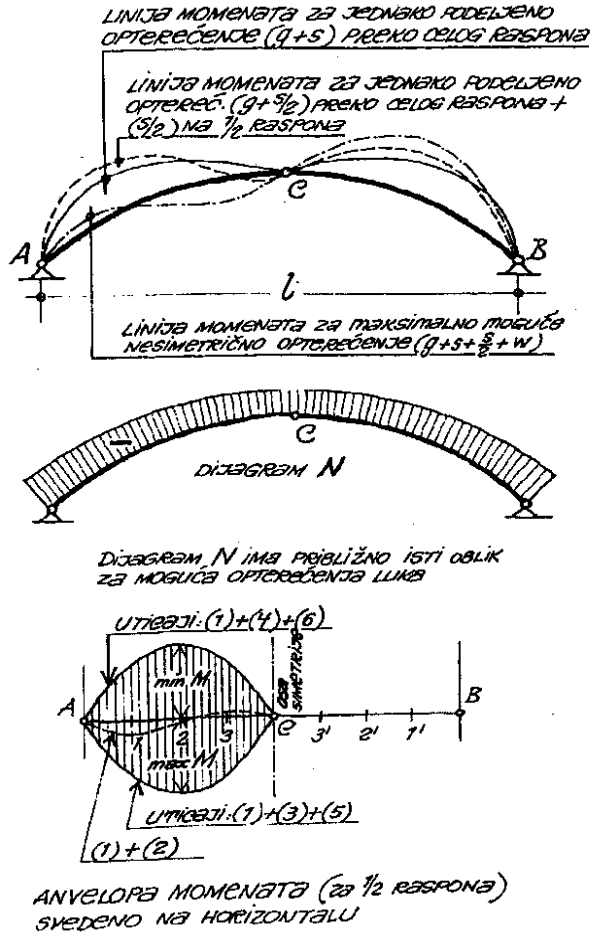
Kombinovanjem mogućih uticaja dobijaju se maksimalni, odnosno minimalni momenti savijanja (a tako isto i normalne sile). Anvelopa momenata savijanja za jedan luk na tri zgloba ima oblik u svemu kako je to pokazano na sl. 6.69.

Kao što se iz slike vidi $\max M$ se javlja od nesimetričnog opterećenja i to $\approx u$ $l/4$ (negde oko \max preseka 2). Iz slike se takođe vidi da vlakna intradosa odnosno ekstradosa - zavisno od položaja opterećenja - mogu da budu i zategnuta i pritisnuta. Ova činjenica je od posebnog interesa za proračun stabilnosti nosača na izbočavanja (o čemu će kasnije biti više reči).

Na osnovu dobijenih veličina presečnih sila vrši se dimenzionisanje nosača. Na primer, za presek 2 (vidi sl. 6.68. i sl. 6.69.):

PRORAČUN NOSAČA OD LEPLJENOG LAMELIRANOG DRVETA

Lučni nosači-luk na tri zgloba



Slika 6.69:

Veličine normalne sile (N) u preseku 2 za opterećenje koje daje M_{max} dobija se iz uslova

$$\sum V_2 = A_v - \sum \text{vertikalnih sila levo od preseka 2,}$$

$$\sum H_2 = A_H + \text{uticaj vetra levo od preseka 2.}$$

Nagib tangente u preseku 2 $\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{2f}{l}$, pa je

$$N_2 = \sum V_2 \sin \alpha_2 + \sum H_2 \cdot \cos \alpha_2.$$

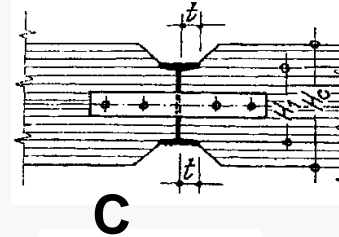
Za prethodno usvojen presek veličine b/H

$$A = b \cdot H; I_x = \frac{b H^3}{12}; I_y = \frac{b^3 H}{12}; i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}; i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}; W_x = \frac{b H^2}{6};$$

Merodavna vitkost (za $l_1 = 1,25 \cdot AC \Rightarrow$ dužina izvijanja u ravni luka za nesimetrično opterećenje) $\lambda = l_1 / i_x \Rightarrow \omega$ (iz odgovarajuće tabele), pa je napon u preseku 2, na mestu gde se javlja M_{max} proverljiv izrazom:

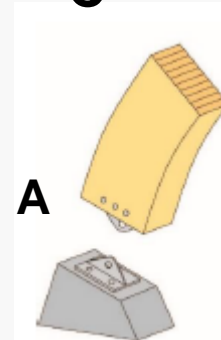
$$\left(\frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} \leq 1, \quad \left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1.$$

(presek je istovremeno opterećen momentom savijanja i normalnom silom - ekscentrično pritisnut štap).



Kontrola napona u osloncu A:
 $\max T_A = A_v \cdot \cos \alpha - A_H \cdot \sin \alpha$ (u obrazac treba uvesti one vrednosti reakcije koje daju $\max T$), pa je

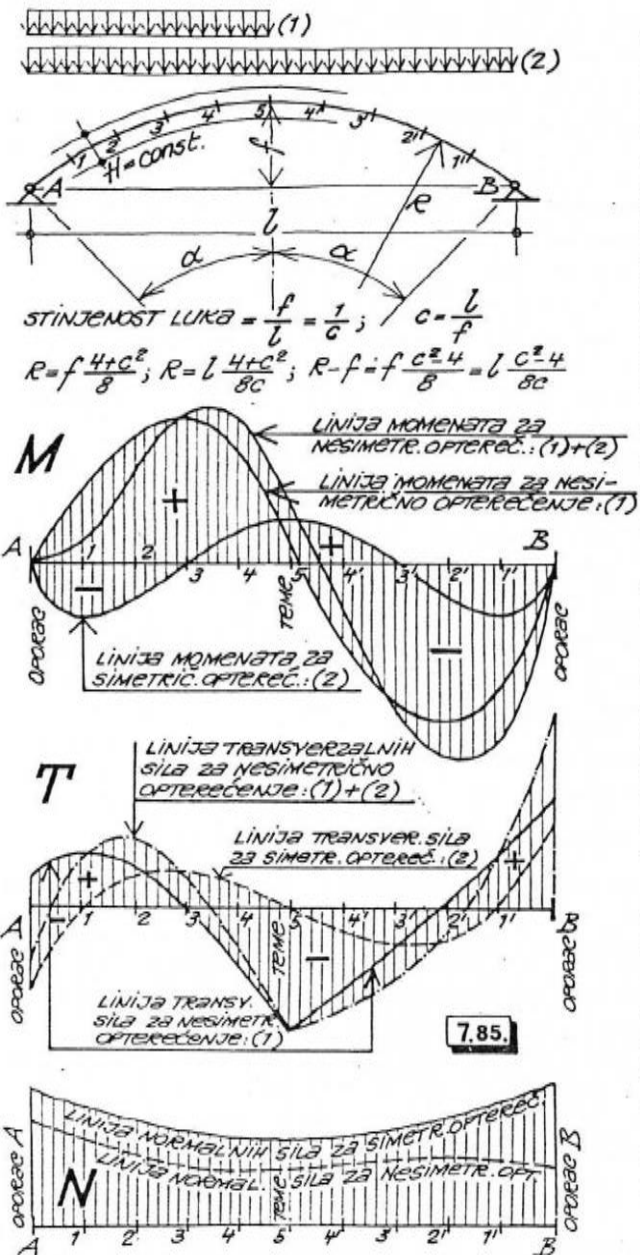
$$\tau_d \leq f_{v,d}$$



Veličina maksimalne transverzalne sile ($\max T_C$) u zglobu C dobija se iz uslova ΣY levo od preseka C za odgovarajuće opterećenje.

PRORAČUN NOSAČA OD LEPLJENOG LAMELIRANOG DRVETA

Lučni nosači-luk na dva zgloba

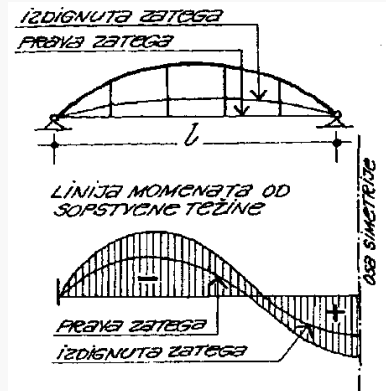


7.85.

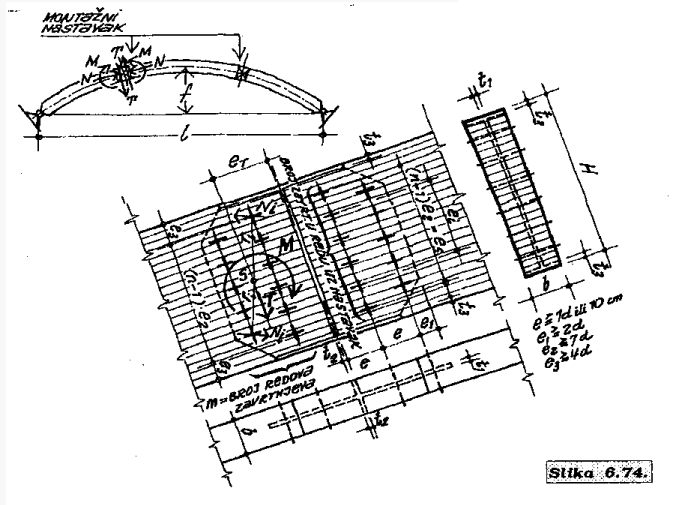
Zglobovi kod jednog luka sistema na dva zgloba nalaze se u pravilu na osloncima. Ako horizontalni potisak sistema preuzima zatega, kod lučnih nosača sa zategom, jedan od zglobova je podužno pokretan. U protivnom oslončki zglobovi prihvataju horizontalni potisak nosača i prenose ih na temelje. Statički sistem nosača luka – luk na dva zgloba, kao što je iz statike poznato, je jedanput statički neodređen.

Konstrukcija luka na dva zgloba u drvenim konstrukcijama – kako je već rečeno, može da ima oblik kružnog luka ili parabole (a i lančanice). Pri tome poprečni presjek je najčešće konstantan ali može da bude i promenljiv. Principijelno, jedan lučni nosač sistema na dva zgloba može se koristiti i za vrlo velike raspoje (i do 100 m). Međutim, teškoća se javlja prilikom izrade nosača jer je sa velikim dužinama teško manipulirati u radionici (gde se vrši lepljenje), uslovi transporta i montaže su krajnje nepovoljni – pa se veliki rasponi nosača proizvode sa montažnim nastavcima.

Odnosno, konstrukcija luka se izvodi iz dva dela pa se na gradilištu, za vreme montaže, izvodi spajanje u celini pomoću montažnog nastavka. Montažni nastavak, zavisno od veličine lučnog nosača, redovno se locira u sredini raspona – mada se ne isključuje i mogućnost da se ugrade dva montažna nastavka, u trećinama raspona (raspored nastavaka umnogome zavisi od intenziteta statičkih uticaja koji ti nastavci treba da prime).



Stika 6.73.



Stika 6.74.

Konstrukcija nastavaka može se izvesti na dva načina:

- lepljenjem na licu mesta što je u našim uslovima dosta rizično a samim tim i nepovoljno (otežani i vrlo složeni uslovi rada), i
- uz pomoć mehaničkih spojnih sredstava – zavrtnejava, moždanika i sličnog i metalnih limova ili šperploča posebnih kvaliteta.

PRORAČUN NOSAČA OD LEPLJENOG LAMELIRANOG DRVETA

Lučni nosači-luk na dva zgloba

Osobenošit statičkog sistema od značaja za drvene konstrukcije manje više su slične kao i kod luka na tri zgloba. Zavisno od intenziteta i sheme opterećenja momenti savijanja imaju i pozitivan i negativan znak, sl. 6.72. To znači da anvelope momenata imaju dvoznačni karakter; drugim rečima – vlakna intradosa su uglavnom pritisnuta ali mogu da budu i zategnuta (za nesimetrično opterećenje) i obrnuto – ekstrados luka je zategnut ali može da bude i pritisnut.

Za simetrično opterećenje momenti su dvoznačni, odnosno deo nosača oko sredine raspona radi slično prostoj gredi – vlakna na intradosu su zategnuta a na ekstradosu pritisnuta. Ovo je od značaja za proračun stabilnosti lučnog nosača na izvijanje.

Prilikom proračuna ovih i ovakvih statičkih sistema postupak je sličan prethodnom. To znači, za određen broj preseka duž nosača i za date slučajeve opterećenja treba sračunati presečne sile odnosno veličine M, N i T. Pogodnim i svrsishodnim kombinacijama dobijaju se maksimalni uticaji koji su merodavni za dimenzionisanje. Kao i kod trozglobnog luka i u ovom sistemu dominiraju uticaji M i N. Dimenzije nosača, redovno prethodno predpostavljene, kontrolišu se preko relacija:

$$\sigma_{m,max,d} = \sigma_{m,ap,d} = k_l \cdot \frac{6M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2}, \quad \frac{\sigma_{m,ap,d}}{k_r \cdot f_{m,d}} \leq 1 \dots \dots \dots (1)$$

$$\sigma_{t,90,ap,d} = k_p \cdot \frac{6M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2}, \quad \frac{\sigma_{t,90,ap,d}}{k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot f_{t,90,d}} \leq 1 \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} + \frac{\sigma_{t,90,ap,d}}{k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot f_{t,90,d}} \leq 1 \dots \dots \dots (3)$$

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1 \dots \dots \dots (4)$$

$$\left(\frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} \leq 1 \dots \dots \dots (5)$$

Smičući naponi od uticaja transversalnih sila su manje kritični i kontrolišu se na poznat način, redovno prilikom proračuna oslončkih preseka, odnosno zglobova.

U slučajevima kada se ovakvi luci konstruišu sa zategom, odnosno kada horizontalni potisak sistema preuzima drvena ili čelična zatega – sistem je spoljno statički određen. To znači da jedan oslonac treba konstruisati da bude podužno pomerljiv.

Zatega može da bude horizontalna ali i izdignuta (nadvišena), pomerena prema temenu luka. Položaj zatege u sistemu utiče na raspored momenata savijanja, u svemu kako je to pokazano na sl. 6.73.

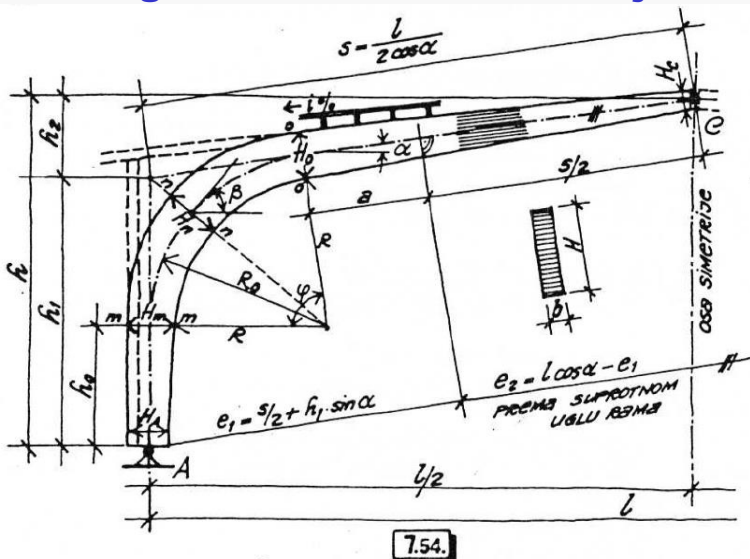
Kod dvozglobnih lukova i ramovskih odnosno lepljenih konstrukcija uopšte, uslovi transporta a u nekim slučajevima i tehnologije izrade zahtevaju određenu dužinu elemenata, limitiranu dužinu koja ne zadovoljava koncepte projekta. U takvim slučajevima nosači se izrađuju u delovima odnosno sa montažnim nastavcima sl. 6.74.

Principijelno, lokalitete montažnih nastavaka treba birati tako da se, s jedne strane – nalaze na mestima gde su statički uticaji u minimumu, kako bi se dobila što jednostavnija konstrukcija nastavka, a s druge strane – treba ih aplicirati na onim mestima koja daju zadovoljavajuće dužine komada, odnosno omogućavaju efikasnu montažu. Montažni nastavak treba tako izabrati da optimalno zadovolji i jedan i drugi uslov.



PRORAČUN NOSAČA OD LEPLJENOG LAMELIRANOG DRVETA

Trozglobna ramovska zakrivljena forma glavnog vezača-proračunski postupak

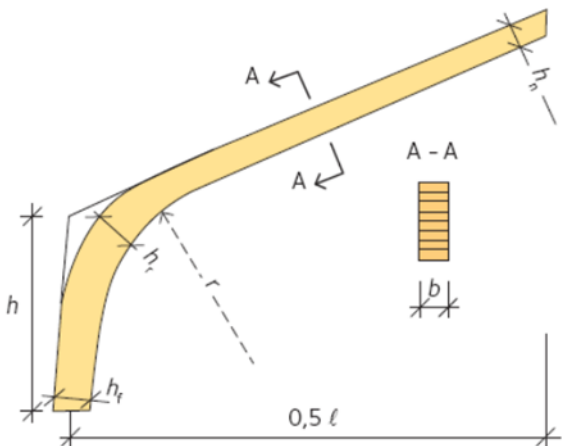


7.54.

Sa ovim elementima crta se dispozicija nosača koja treba da sadrži kote u svemu kako je to dato na sl. 7.54. Prilikom crtanja dispozicije treba usvojiti naznačene dimenzije nosača prema kriterijumu (orijentacione veličine).

$$h_A \approx 0,02l; h_C \approx 0,015l; h_n \approx 0,04l$$

$$\text{odnosno } \approx 0,05(s + h_1); s = \frac{l}{2 \cos \alpha}; h_m < h_n.$$



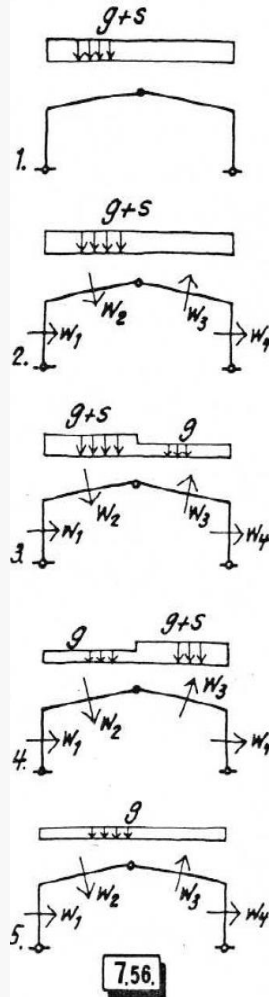
$$h_1 = h/15 + l/30$$

$$h_1 \sim 0,7 \cdot h$$

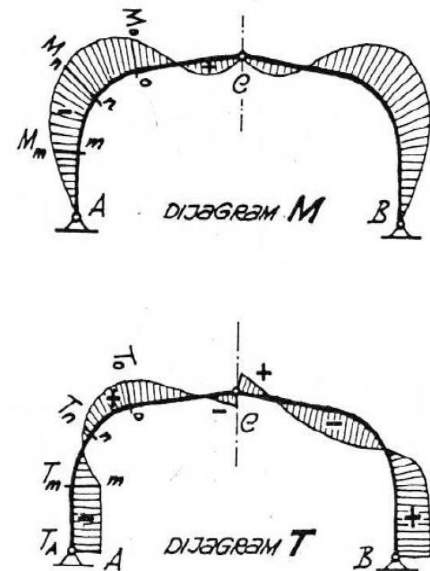
$$h_n \sim 0,3 \cdot h_1 (\geq 250 \text{ mm})$$

$$b \sim 0,15 \cdot h_1 \text{ to } 0,20 \cdot h_1$$

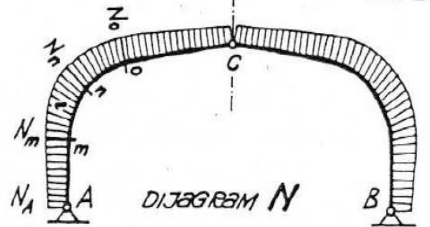
$$r \geq 8 \text{ m}$$



7.56.



7.57.



Za sračunata opterećenja i njihove odgovarajuće kombinacije, uključujući određene parcijalne koef. sigurnosti, treba sračunati granične vrednosti sila u presecima A, m, n, o i C i za usvojene orijentacione dimenzije istih, izvršiti odgovarajuće kontrole napona. Na sledećim stranama dat je postupak kontrole napona preko odgovarajućih izraza o kojima je već bilo reči na ranijim predavanjima.

PRORAČUN NOSAČA OD LEPLJENOG LAMELIRANOG DRVETA

Trozglobna ramovska zakrivljena forma glavnog vezača-proračunski postupak

U zonama nosača koje su zakrivljene i koji se karakterišu promenljivom ili konstantnom visinom javljaju se, zavisno od dejstva opterećenja, naponi zatezanja ili pritiska upravno na vlakna. U slemenoj zoni nosača, naponi zatezanja treba da zadovolje sledeći uslov.

$$\sigma_{t,90,d} \leq k_{dis} k_{vol} f_{t,90,d}, \quad (6.50)$$

$$k_{vol} = \begin{cases} 1,0 & \text{za monolitno drvo} \\ \left(\frac{V_0}{V}\right)^{0,2} & \text{za lepljeno lamelirano drvo i LVL,} \end{cases} \quad (6.51)$$

$$k_{dis} = \begin{cases} 1,4 & \text{za nosače sa dvostrano nagnutom ivicom i zakrivljene nosače} \\ 1,7 & \text{za kolenaste nosače,} \end{cases} \quad (6.52)$$

gde je:

- k_{dis} koeficijent kojim se uzima u obzir efekat raspodele napona u slemenoj zoni;
- k_{vol} zapreminski koeficijent;
- $f_{t,90,d}$ proračunska vrednost čvrstoće na zatezanje upravno na vlakna;
- V_0 referentna zapremina od 0,01 m³;
- V zapremina slemene zone u m³ (videti sliku 6.9), koja ne treba da bude veća od $2V_b/3$, gde je V_b ukupna zapremina nosača.

Radijalni naponi pritiska upravno na vlakna treba da zadovolje sledeći uslov.

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{3}{2} \cdot \frac{M_d}{b \cdot h \cdot r} \leq f_{c,90,d}$$

(7) U slučaju kombinovanog dejstva zatezanja upravno na vlakna i smicanja sledeći uslov treba da bude zadovoljen:

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} + \frac{\sigma_{t,90,d}}{k_{dis} k_{vol} f_{t,90,d}} \leq 1, \quad (6.53)$$

gde je:

- τ_d proračunska vrednost smičućeg napona;
- $f_{v,d}$ proračunska vrednost čvrstoće na smicanje;
- $\sigma_{t,90,d}$ proračunska vrednost napona zatezanja upravno na vlakna; a
- k_{dis} i k_{vol} su koeficijenti dati u gore navedenoj odredbi (6).

(8) Najveći napon zatezanja upravno na vlakna usled momenta savijanja treba izračunati prema izrazu:

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \frac{6M_{ap,d}}{bh_{ap}^2} \quad (6.54)$$

ili kao alternativa izrazu (6.54):

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \frac{6M_{ap,d}}{bh_{ap}^2} - 0,6 \frac{P_d}{b}, \quad (6.55)$$

sa:

$$k_p = k_5 + k_6 \left(\frac{h_{ap}}{r}\right) + k_7 \left(\frac{h_{ap}}{r}\right)^2, \quad (6.56)$$

$$k_5 = 0,2 \operatorname{tg} \alpha_{ap}, \quad (6.57)$$

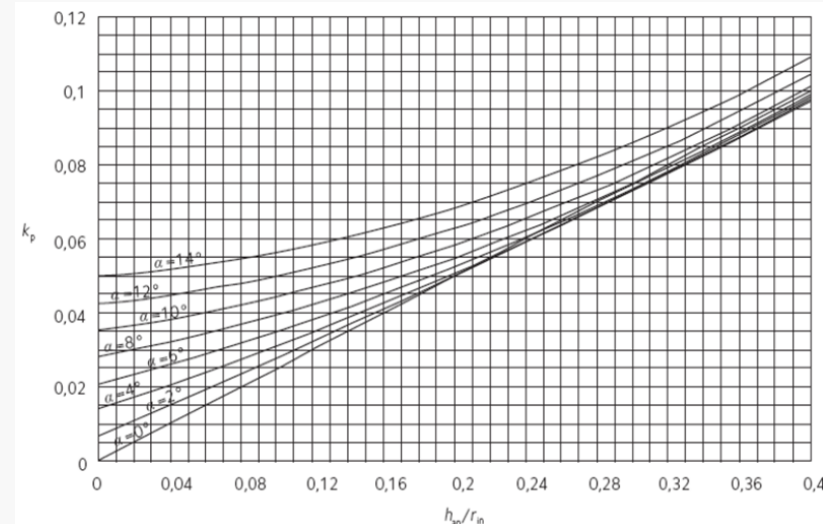
$$k_6 = 0,25 - 1,5 \operatorname{tg} \alpha_{ap} + 2,6 \operatorname{tg}^2 \alpha_{ap}, \quad (6.58)$$

$$k_7 = 2,1 \operatorname{tg} \alpha_{ap} - 4 \operatorname{tg}^2 \alpha_{ap}, \quad (6.59)$$

gde je:

- P_d jednako podeljeno opterećenje koje deluje na gornjoj ivici nosača, preko slemene zone;
- b širina nosača;
- $M_{ap,d}$ proračunska vrednost momenta u slemenu koji izaziva napon zatezanja na donjoj zakrivljenoj ivici nosača.

Vrednosti koeficijenata k_p



PRORACUN NOSACA OD LEPLJENOG LAMELIRANOG DRVETA

Trozglobna ramovska zakrivljena forma glavnog vezača-proračunski postupak

Napon savijanja u slemenom preseku treba izračunati prema izrazu:

$$\sigma_{m,d} = k_\ell \frac{6M_{ap,d}}{bh_{ap}^2}, \quad \sigma_{m,d} = k_r \cdot f_{m,d}$$

$$k_\ell = k_1 + k_2 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right) + k_3 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right)^2 + k_4 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right)^3,$$

$$k_1 = 1 + 1,4 \operatorname{tg} \alpha_{ap} + 5,4 \operatorname{tg}^2 \alpha_{ap},$$

$$k_2 = 0,35 - 8 \operatorname{tg} \alpha_{ap},$$

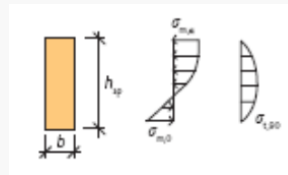
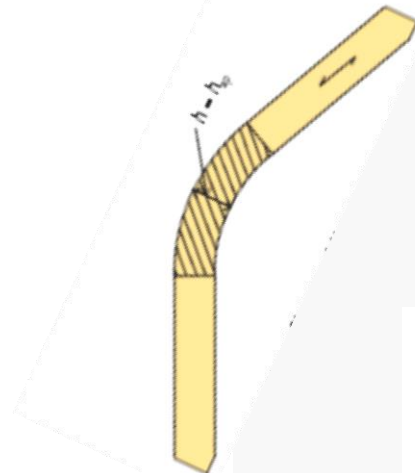
$$k_3 = 0,6 + 8,3 \operatorname{tg} \alpha_{ap} - 7,8 \operatorname{tg}^2 \alpha_{ap},$$

$$k_4 = 6 \operatorname{tg}^2 \alpha_{ap},$$

$$r = r_{in} + 0,5h_{ap},$$

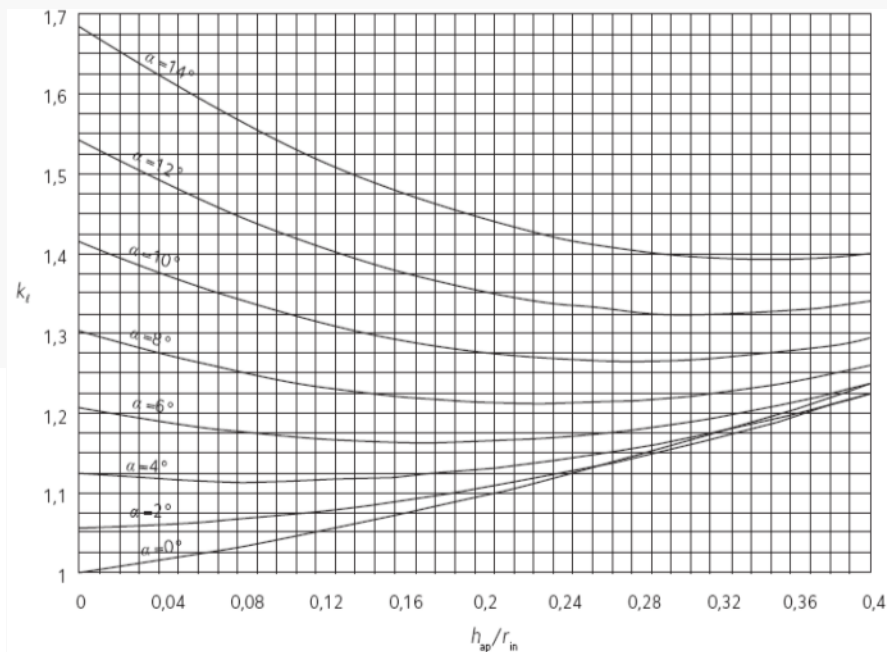
gde je:

- $M_{ap,d}$ proračunska vrednost momenta savijanja u slemenu;
- h_{ap} visina nosača u slemenu, videti sliku 6.9;
- b širina nosača;
- r_{in} poluprečnik krivine intradosa nosača, videti sliku 6.9;
- α_{ap} ugao nagib nagnute ivice, videti sliku 6.9.



$$\frac{\beta \cdot \pi}{180} \cdot b(h^2 + 2hr_{in}) \Rightarrow \text{Zapremina zakrivljenog dela nosača}$$

Vrednosti koeficijenta k_f



(5) Za nosače sa dvostrano nagnutom ivicom $k_r = 1,0$. Za zakrivljene i kolenaste nosače k_r treba uzeti kao:

$$k_r = \begin{cases} 1 & \text{za } \frac{r_{in}}{t} \geq 240 \\ 0,76 + 0,001 \frac{r_{in}}{t} & \text{za } \frac{r_{in}}{t} < 240, \end{cases} \quad (6.49)$$

gde je:

- r_{in} poluprečnik krivine intradosa nosača (videti sliku 6.9);
- t debljina lamele.

Ostala naponska stanja proveriti u skladu sa jednačinama 3, 4, 5 sa strane 8.

r_{in}/t	k_r
≥ 240	1
< 240	$0,76 + 0,001 \cdot r_{in}/t$

PRORAČUN NOSAČA OD LEPLJENOG LAMELIRANOG DRVETA

Bočna, torziona stabilnost nosača

Pravougaoni poprečni presecci sa velikom visinom (H) u odnosu na širinu (b) i opterećeni na savijanje (savijanje u ravni nosača) mogu u pojedinim slučajevima da budu nestabilni iako je napon $\sigma_m < \sigma_{md}$, zavisno od intenziteta opterećenja i geometrijskih karakteristika nosača. Ova nestabilnost manifestuje se u bočnom izvijanju, odnosno izvijanju pritisnutog pojasa, pritisnute zone preseka (zbog velike slobodne dužine). Naime, nosač napušta svoj osnovni položaj u prostoru i pre nego što naponi od savijanja dostignu veličinu dopuštenog napona. Moguće nepravilnosti prilikom izvođenja – početna bočna zakrivljenost nosača ili malo bočno opterećenje – pospešuje ovo izvijanje. Ovaj problem poznat je u teoriji elastične stabilnosti kao **bočno torziono izvijanje nosača**.

Na stepen sigurnosti od izvijanja od posebnog je značaja kako se nosač oslanja na svojim krajevima (kakva je konstrukcija ležišta), kakav je položaj čvorova sprega po visini i raspored po dužini nosača, vrsta i položaj opterećenja i odnos između širine i visine preseka.

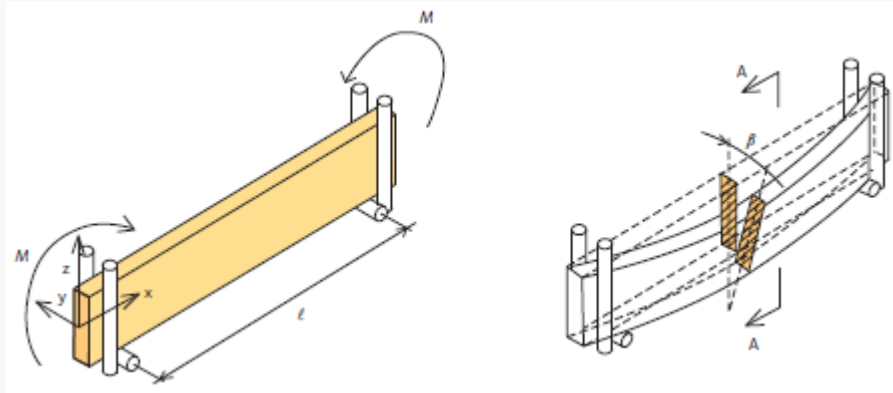
Problem bočne torziona stabilnosti nosača zasniva se na:

- klasičnoj teoriji bifurkacione stabilnosti sistema, odnosno na određivanju kritičnog napona izvijanja, i
- na teoriji stabilnosti sistema sa početnom geometrijskom imperfekcijom, odnosno na određivanju merodavnih napona savijanja po teoriji II reda.

Klasična teorija se zasniva na činjenici da se iz uslova ravnoteže nosača, koji je od opterećenja pretrpeo određenu bočnu deformaciju, ispiše diferencijalna jednačina nastalog bočnog izvijanja. Rešenjem ove jednačine za odgovarajuće konturne uslove nalazi se ono opterećenje pod kojim nosač i dalje ostaje u ravnoteži – odnosno nalazi se tzv. kritično opterećenje. Problem se svodi na određivanje najmanje sopstvene vrednosti sistema.

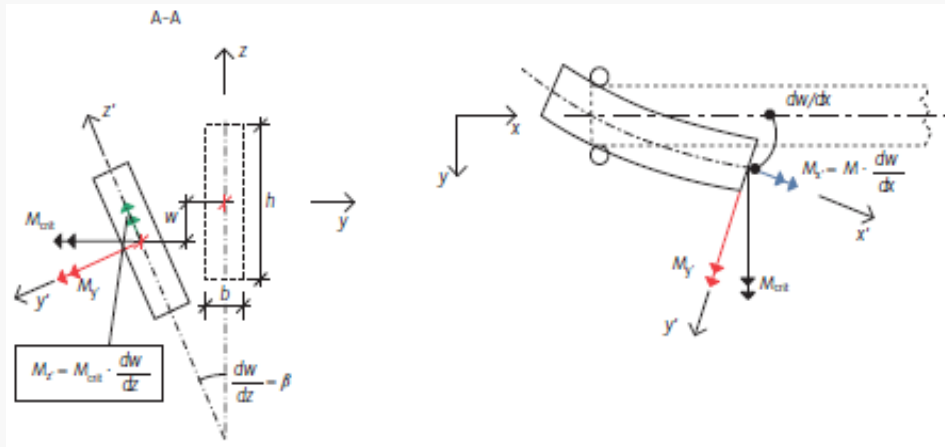
Kod nosača sa početnom krivinom ose, odnosno početnim uglom uvijanja preseka, usled vertikalnog opterećenja, do rešenja se dolazi preko napona, odnosno deformacija sračunatih po teoriji II reda. Imperfekcija nosača se javlja kao posledica nesavršenosti pri izradi i montaži nosača, kao posledica trajnih deformacija ili iz drugih razloga.

Kod nosača koji su jednovremeno opterećeni kosim savijanjem i torzijom, korišćenjem geometrijske nelinearnosti preko teorije drugog reda, dolazi se do tačnijih vrednosti napona i deformacija. Proračun tankih nosača po linearnoj teoriji ne daje uvek zadovoljavajuću tačnost.



Bočno-torziono izvijanje bočno nepridrzanog nosača izloženog čistom savijanju

Usled opterećenja greda se pomera u svojoj ravni, ravni z-z i u poprečnom pravcu, tj. u ravni y-y. Ove dve deformacije (pomeranja) su međusobno nezavisne. Prilikom pomeranja grede u bočnoj ravni dolazi, usled komponente momenta savijanja, do torzije i njene tzv. bočne nestabilnosti. Pomeranje u z-pravcu obeležićemo slovom w , a ugao rotacije $\beta = dw / dz$.



PRORAČUN NOSAČA OD LEPLJENOG LAMELIRANOG DRVETA

Bočna, torziona stabilnost nosača

Iz uslova ravnoteže grede može se u bilo kom preseku odrediti vrednost momenta savijanja i torzionog momenta

$$M_{x'} \approx M_{\text{crit}} \cdot \frac{dw}{dx} \quad (1)$$

$$M_{y'} \approx M_{\text{crit}} \quad (2)$$

$$M_{z'} \approx M_{\text{crit}} \cdot \frac{dw}{dz} = M_{\text{crit}} \cdot \beta \quad (3)$$

Na osnovu teorije elastičnosti znamo:

$$M_{z'} = -E \cdot I_z \cdot \frac{d^2w}{dx^2} \quad (4)$$

$$M_{x'} = G \cdot K_v \cdot \frac{d\beta}{dx} \quad (5)$$

gde je:

E	modul elastičnosti
I_z	moment inercije poprečnog preseka oko „slabije” ose
K_v	faktor torziona krutosti
G	modul smicanja.

Ako jednačinu (1) ubacimo u jednačinu (5) i diferenciramo po x :

$$G \cdot K_v \cdot \frac{d^2\beta}{dx^2} = M_{\text{crit}} \cdot \frac{d^2w}{dx^2} \quad (6)$$

Ako jednačinu (4) ubacimo u jednačinu (3) i dobijeno unesemo u jednačinu (6):

$$G \cdot K_v \cdot \frac{d^2\beta}{dx^2} = M_{\text{crit}} \cdot \left(-\frac{M_{\text{crit}} \cdot \beta}{E \cdot I_z} \right) \quad (7)$$

ili

$$\frac{d^2\beta}{dx^2} + \frac{M_{\text{crit}}^2 \cdot \beta}{E \cdot I_z \cdot G \cdot K_v} = 0 \Rightarrow \frac{d^2\beta}{dx^2} + \phi^2 \cdot \beta = 0 \quad (8)$$

gde je

$$\phi^2 = \frac{M_{\text{crit}}^2}{E \cdot I_z \cdot G \cdot K_v} \quad (9)$$

Rešenje diferencijalne jednačine (8) može se pisati u obliku:

$$\beta(x) = A \cdot \cos(\phi \cdot x) + B \cdot \sin(\phi \cdot x) \quad (10)$$

gde su A i B proizvoljne konstante.

U osloncima nema rotacije ni torzije grede, tako da se na osnovu graničnih uslova može zaključiti i pisati:

$$\beta(x=0) = 0 \Rightarrow A = 0 \quad (11)$$

$$\beta(x=\ell) = 0 \Rightarrow B \cdot \sin(\phi \cdot \ell) = 0$$

PRORAČUN NOSAČA OD LEPLJENOG LAMELIRANOG DRVETA

Bočna, torziona stabilnost nosača

Netrivijalno rešenje jednačine:

$$\sin(\phi \cdot \ell) = 0 \Rightarrow \phi \cdot \ell = n \cdot \pi \quad (12)$$

Za osnovni oblik izvijanja, $n=1$.

Kombinovanjem jednačina (9) i (12), dobijamo:

$$M_{\text{crit}} = \frac{\pi}{\ell} \cdot \sqrt{E \cdot I_z \cdot G \cdot K_v} \quad (13)$$

Odgovarajuće naponsko stanje:

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{M_{\text{crit}}}{W_y} = \frac{6 \cdot \pi}{b \cdot h^2 \cdot \ell} \cdot \sqrt{E \cdot I_z \cdot G \cdot K_v} \quad (14)$$

ili

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{M_{y,\text{crit}}}{W_y} = \frac{6 \cdot \pi}{b \cdot h^2 \cdot \ell} \cdot \sqrt{E_{0,05} \cdot I_z \cdot G_{0,05} \cdot I_{\text{tor}}} \quad (15)$$

gde je:

- $f_{m,k}$ karakteristična vrednost čvrstoće na savijanje;
- $\sigma_{m,\text{crit}}$ kritična vrednost napona savijanja;
- $E_{0,05}$ karakteristična vrednost modula elastičnosti paralelno vlaknima (5% fraktil);
- $G_{0,05}$ karakteristična vrednost modula smicanja paralelno vlaknima (5% fraktil);
- I_z moment inercije preseka za „slabiju“ z-osu;
- I_{tor} torzioni moment inercije preseka;
- l_{ef} efektivna dužina nosača izložena izbočavanju;
- W_y otporni moment preseka za „jaču“ y-osu.

Kod nosača sa velikom visinom (h) u odnosu na širinu (b), opterećenih momentom savijanja oko „jače“ y-ose (savijanje u ravni), treba da bude zadovoljen sledeći uslov:

$$\sigma_{m,d} \leq k_{\text{crit}} \cdot f_{m,d} \quad (1.88)$$

gde je:

- $\sigma_{m,d}$ proračunska vrednost napona savijanja;
- $f_{m,d}$ proračunska vrednost čvrstoće na savijanje;
- k_{crit} koeficijent kojim se uzima u obzir redukcija čvrstoće na savijanje usled bočno-torzionog izvijanja.

Bočnu stabilnost treba obavezno proveriti kod nosača sa sledećim odnosom dimenzija poprečnog preseka:

- za monolitno drvo: $h/b > 3$;
- za lepljeno lamelirano drvo: $h/b > 4$.

Proračunsku vrednost napona savijanja treba izračunati prema izrazu:

$$\sigma_{m,d} = \frac{M_{y,d}}{W_y} \quad (1.89)$$

gde je:

- $M_{y,d}$ proračunska vrednost momenta savijanja oko y-ose;
- W_y otporni moment preseka za y-osu.

Proračunsku vrednost čvrstoće na savijanje treba izračunati prema izrazu:

$$f_{m,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot k_h \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} \quad (1.90)$$

gde je:

- $f_{m,k}$ karakteristična vrednost čvrstoće na savijanje;
- k_{mod} korekcionni koeficijent kojim se uzima u obzir uticaj trajanja opterećenja i vlažnost drveta;
- k_h koeficijent definisan u delu 1.3.6;
- γ_M parcijalni koeficijent sigurnosti za svojstva materijala.

PRORAČUN NOSAČA OD LEPLJENOG LAMELIRANOG DRVETA

Bočna, torziona stabilnost nosača

Za nosače sa početnom geometrijskom imperfekcijom unutar dozvoljenih granica, koeficijent k_{crit} se može odrediti prema sledećem izrazu:

$$k_{crit} = \begin{cases} 1 & \text{za } \lambda_{rel,m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} & \text{za } 0,75 < \lambda_{rel,m} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{rel,m}^2 & \text{za } 1,4 < \lambda_{rel,m} \end{cases} \quad (1.91)$$

gde je $\lambda_{rel,m}$ relativna vitkost za savijanje.

Kod nosača kod kojih je sprečeno bočno pomeranje duž pritisnute ivice i sprečena torziona rotacija na osloncima, za koeficijent k_{crit} se može uzeti vrednost 1,0.

Relativnu vitkost za savijanje treba izračunati kao:

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} \quad (1.92)$$

Pri izračunavanju kritičnog napona savijanja nosača od lepljenog lameliranog drveta, proizvod karakterističnih vrednosti svojstava krutosti ($E_{0,05} \cdot G_{0,05}$) se može uvećati faktorom 1,4.

Efektivna dužina nosača izložena izbočavanju zavisi od uslova oslanjanja i konfiguracije opterećenja. Za slučajeve definisane u okviru Evrokoda 5, efektivne dužine u funkciji raspona, odnosno slobodne dužine nosača, prikazane su u tabeli 1.17. Date vrednosi važe za nosače sa torziono krutim osloncima i opterećenjem koje deluje u težištu preseka. Ukoliko opterećenje deluje na pritisnutu ivicu nosača, efektivnu dužinu bi trebalo uvećati za $2 \cdot h$, odnosno, ukoliko opterećenje deluje na zategnutu ivicu nosača, efektivnu dužinu bi trebalo umanjiti za $h/2$.

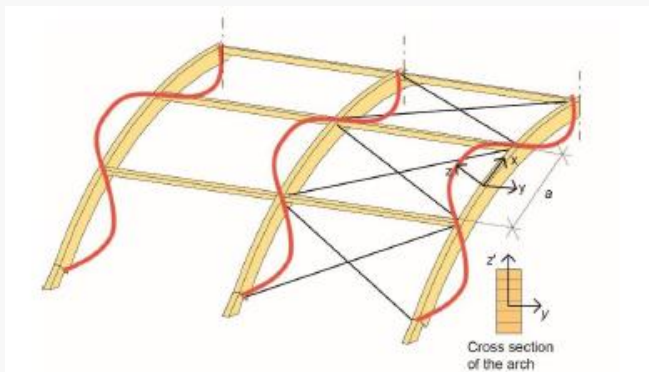


Tabela 1.17: Efektivna dužina nosača izložena izbočavanju l_{ef}

Slučaj opterećenja	l_{ef}	Korekcija	
	$1,0 \cdot l$	--	--
	$1,0 \cdot l$	$+2 \cdot h$	$-h/2$
	$0,9 \cdot l$	$+2 \cdot h$	$-h/2$
	$0,8 \cdot l$	$+2 \cdot h$	$-h/2$
	$0,5 \cdot l$	$-h/2$	$+2 \cdot h$
	$0,8 \cdot l$	$-h/2$	$+2 \cdot h$