TEHNIČKA MEHANIKA I

6. PREDAVANJE

STATIČKI NOSAČI
KONTINUALNA – NEPREKIDNO RASPOREĐENA OPTEREĆENJA

Str 199-208 knjiga Poglavlje 9.3 – Kontinualna – neprekidno raspoređena opterećenja

Str 209-222 knjiga Poglavlje 10 – STATIČKI NOSAČI

ŠTA ĆEMO NAUČITI U OVOM POGLAVLJU?

- **Podela konstrukcija**
- **Linijski nosači u ravni**
- **Određivanje reakcija veza linijskih nosača u ravni**
- **Linijska i površinska raspodeljena opterećenja**
- **Određivanje intenziteta i položaja rezultante raspodeljenog opterećenja**

Str 199-208 knjiga Poglavlje 9.3 – Kontinualna – neprekidno raspoređena opterećenja

Str 209-222 knjiga Poglavlje 10 – STATIČKI NOSAČI

PODELA KONSTRUKCIJA

Pod terminom konstrukcija podrazumeva se mehanički sklop od osnovnih nosača, koji je sposoban da prihvati i prenese opterećenje na podlogu.

Konstrukciju definišu tip elemenata od kojih je sastavljena, geometrija sistema i opterećenje kome je izložena.

Prema vrsti osnovnih nosećih elemenata, odnosno načina na koji prihvataju i prenose opterećenje, konstrukcije mogu biti linijske, površinske, masivne i kombinovane.

a)

a) Ajfelova kula, toranjski sistem, rešetkasta konstrukcija

b) Montažna hala od armiranog betona, okvirna konstrukcija

b)

c)

d)

c) Drvena krovna konstrukcija

d) Gvozdeni rešetkasti most, prosta greda, Škotska

LINIJSKE KONSTRUKCIJE

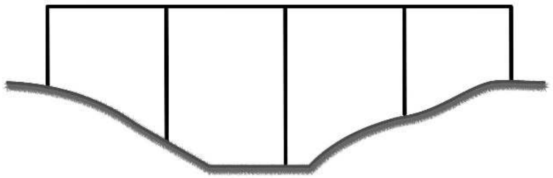
Ukoliko su dimenzije poprečnog preseka nosača mnogo manje od njegove dužine takav nosač je linijski nosač. U ove konstrukcije spadaju grede, stubovi, okviri, lukovi, lančanice, rešetke i njihove kombinacije.

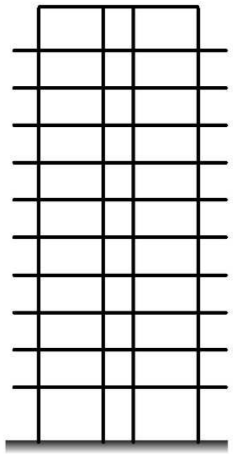
Šematski se takvi elementi konstrukcije prikazuju kao linija.

Okvir

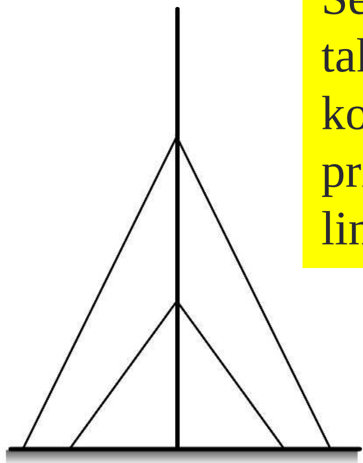
Okvir

Okvir



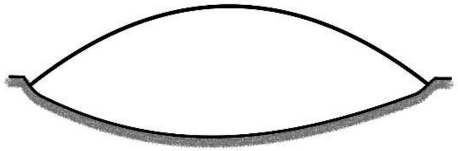


Višespratni okvir

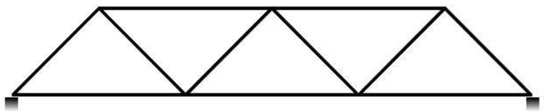


Stub sa zategama

Luk



Rešetka



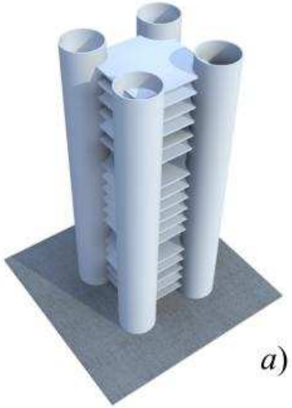
Lančanice

POVRŠINSKE KONSTRUKCIJE

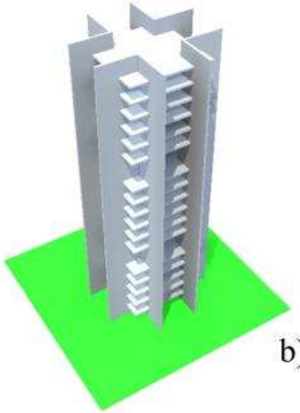
U površinske konstrukcije spadaju one konstrukcije čija se jedna dimenzija, debljina, može zanemariti u odnosu na druge dve. To su ploče, ljuske, i membrane, kao i njihove kombinacije.

a) Ploče i cevasti površinski nosači

b) Ploče i zidna platna



a)



b)

c)

c) sferna ljuska na cevastom toranjskom nosaču

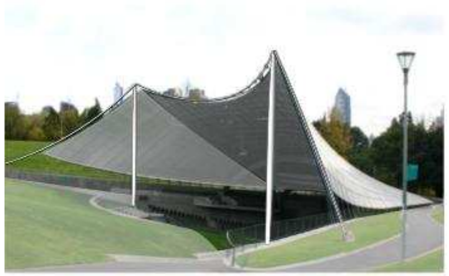
d) površinski nosači – ljuske, opera u Sidneju, Australija

d)

e)

e) površinski nosači – ljuske, paviljon u Sočimilku, Meksiko

f) šatorasta konstrukcija – zategnuto platno, auditorijum u Sidneju, Australija



f)

g)

g) šatorasta konstrukcija – zategnuta mreža, olimpijski stadion u Minhenu, Nemačka

MASIVNE KONSTRUKCIJE

U masivne konstrukcije spadaju sve one konstrukcije čiji su delovi takvi da su im sve tri dimenzije istog reda veličine.

a) Keopsova piramida u Gizi

a)

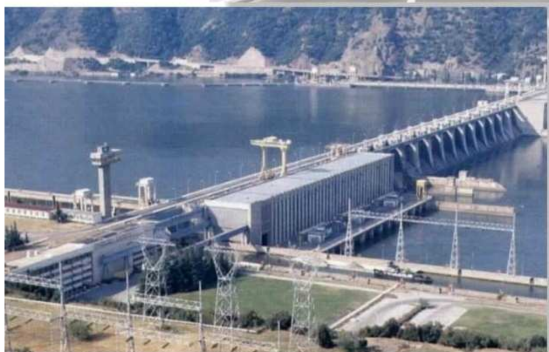
b)

b) Veliki zid, Kina

c) tunel u Sićevačkoj klisuri

c)

d) brana hidroelektrane Đerdap na Dunavu



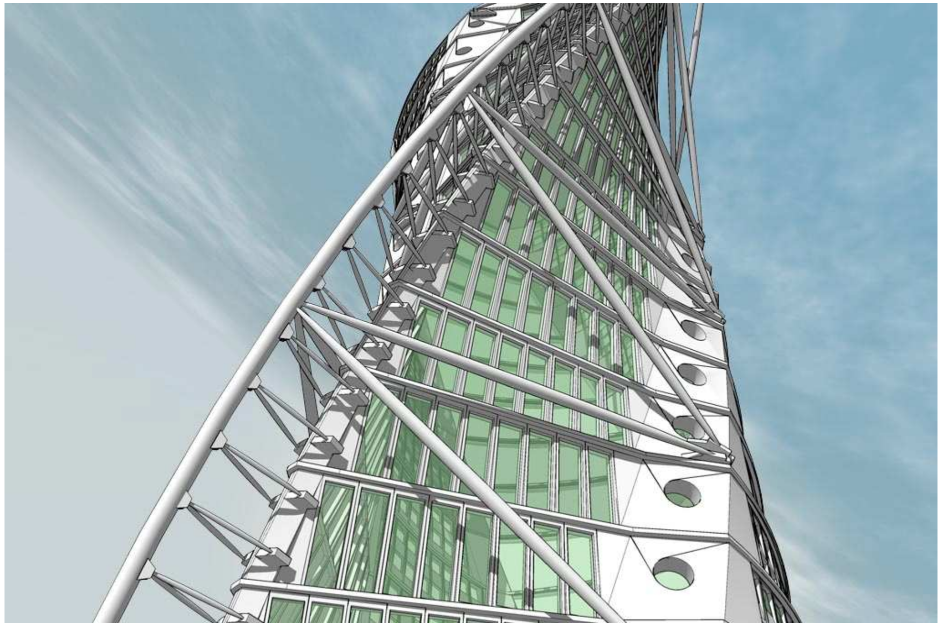
d)

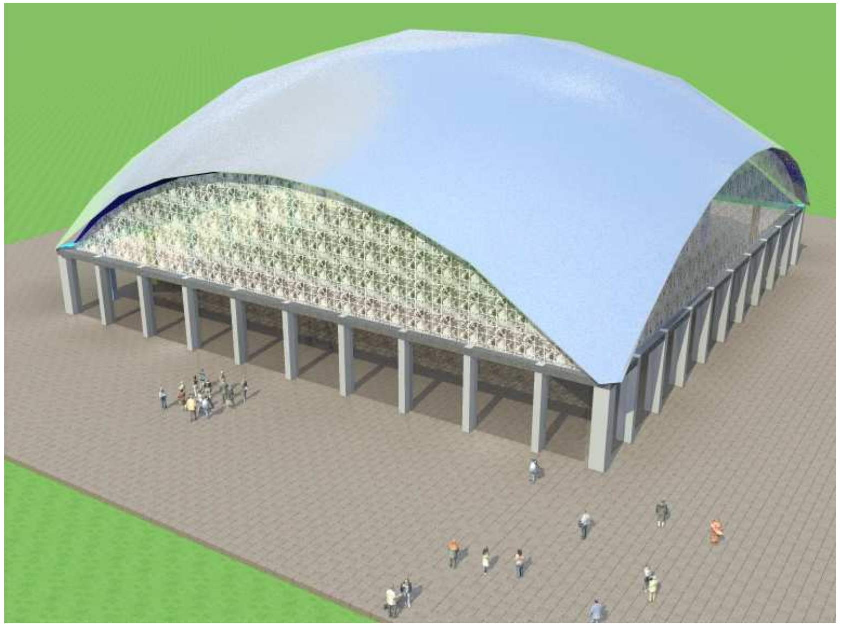
e)

e) brana Huver na reci Kolorado, Arizona, SAD

SLOŽENE KONSTRUKCIJE

Složene konstrukcije nastaju kao kombinacija prethodnih vrsta.





Visoka zgrada sa linijskim ekzoskeletom, studija S. Kalatrava

Sferna ljuska na kvadratnoj osnovi

STATIČKI NOSAČI

Nosači su konstruktivni elementi koji primaju opterećenja i prenose ih na druga tela, odnosno oslonce.

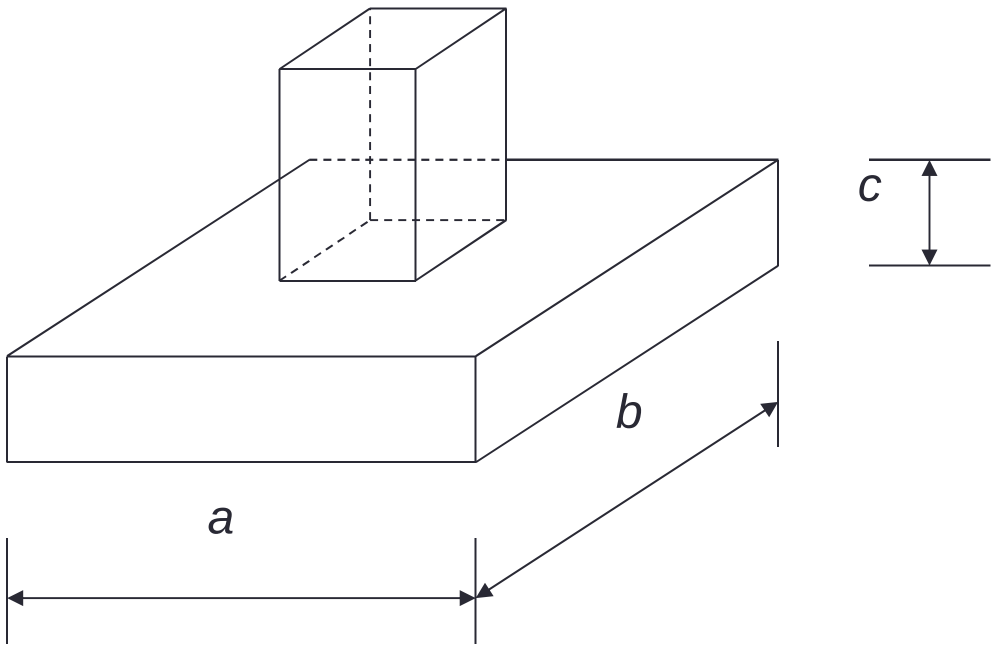
Pod nosačem u Mehanici (Statici) podrazumevamo krut štap ili sistem krutih štapova, čija je sloboda kretanja, sistema kao celine, pa i svakog štapa u sastavu sistema, eliminisana, a pri tome im je namena da primaju aktivne sile i prenose ih na oslonce.

Opterećenje koje deluje na nosač može biti u vidu koncentrisanih sila, spregova ili koncentrisanih momenata, ravnomerno raspodeljenog opterećenja ili neravnomerno raspodeljenog opterećenja

PODELA NOSAČA

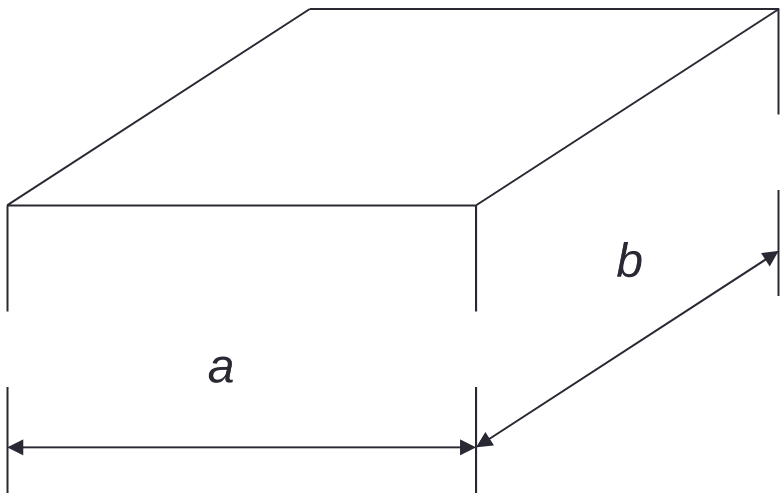
A) Nosači mogu biti: prostorni, ravanski i linijski

Prostorni nosači imaju sve tri dimenzije.
Primer: Temeljni nosač

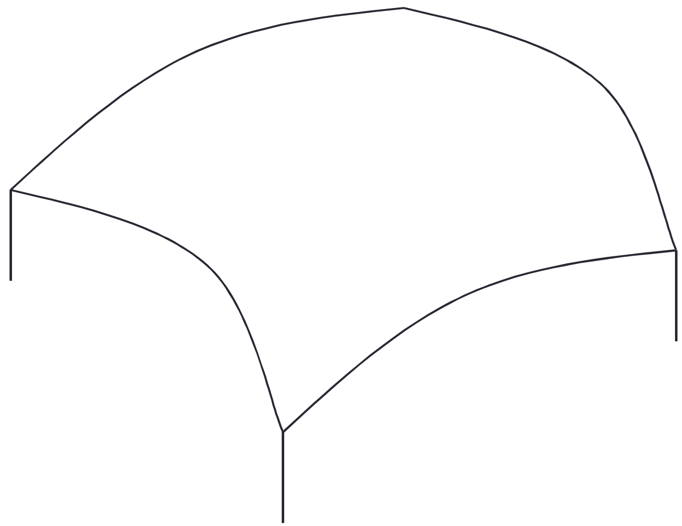


Površinski nosači imaju jednu dimenziju mnogo manju u odnosu na ostale dve.

Primeri: ploča i ljuska



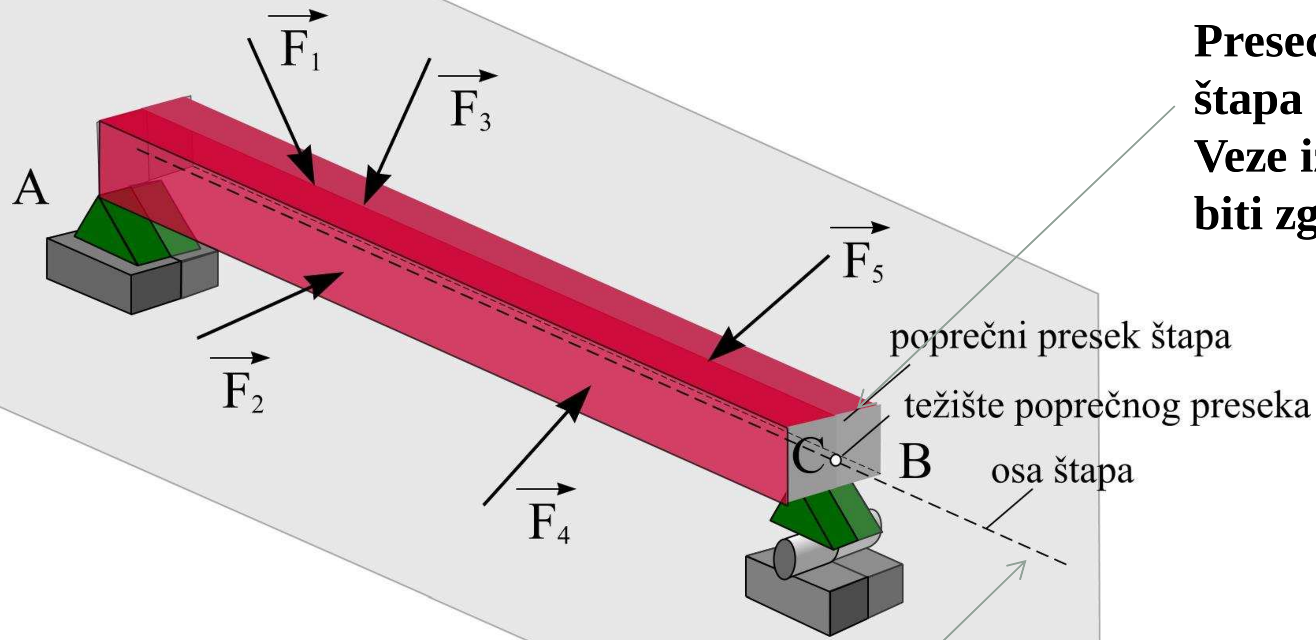
Ploča



Ljuska

Linijski nosači imaju dve dimenzije mnogo manje u odnosu na treću dimenziju.

Osnovni element linijskog nosača je štap. To je kruto telo čije su dve dimenzije znatno manje u odnosu na treću dimenziju – dužinu.



Preseci normalni na osu štapa su poprečni preseci. Veze između štapova mogu biti zglobne ili krute.

Linija koja prolazi kroz težišta poprečnih preseka štapa naziva se *osa štapa*, a može biti prava ili kriva, kao što je kod luka, lančanice itd.

Linijski nosač – štap, prosta greda

B) Nosači mogu biti: statički određeni i statički neodređeni

Statički određen nosač je nosač kod koga je n=3 u ravni i n=6 u prostoru. Nosač je u ravnoteži (miruje) jer je n=r=3 za ravan, odnosno n=r=6 za prostor, pod uticajem spoljašnjih sila i veza, ali je isto tako u ravnoteži i pod uticajem aktivnih sila i reakcija veza, posle primene aksioma o oslobađanju.

Nosač je statički određen, ako uslovi ravnoteže čine potpun sistem jednačina za određivanje reakcija veza nosača.

Statički neodređeni nosači su nosači kod kojih je broj veza u ravni veći od broja raspoloživih jednačina ravnoteže n>3 a u prostoru n>6.

C) Nosači mogu biti: prosti i složeni

I) Prost nosač je nosač sastavljen samo od jednog štapa.

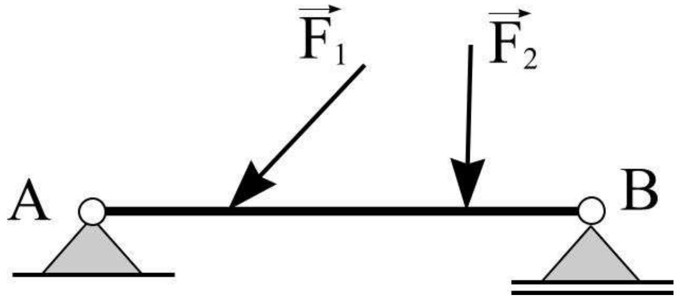
Najmanji broj veza u ravni je n=3 a u prostoru n=6.

Prosti linijski nosači ili osnovni linijski nosači - prosta greda, greda sa prepustima, konzola i okvir

PROSTI PUNI STATIČKI ODREĐENI LINIJSKI NOSAČI U RAVNI

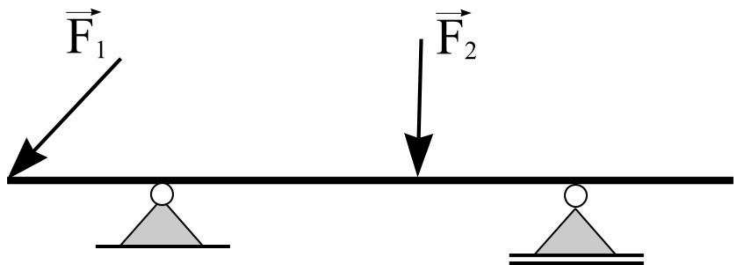
Broj nepoznatih: n =3
Broj raspoloživih jednačina ravnoteže: r=3
n=r nosač je statički određen

Prosta greda je nosač koji je na svojim krajevima vezan nepokretnim i pokretnim osloncem za nepokretnu osnovu. Rastojanje između oslonaca se naziva raspon grede.



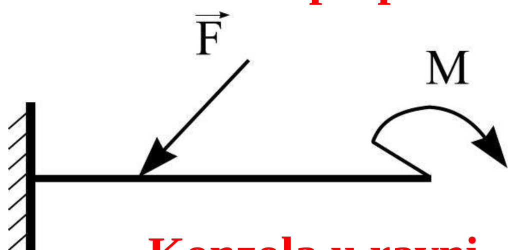
Prosta greda

Greda sa prepustima je nosač kod koga se bar jedan oslonac ne nalazi na kraju grede.



Greda sa dva prepusta

Konzola je linijski nosač vezan uklještenjem na jednom kraju, a na drugom kraju je slobodan.

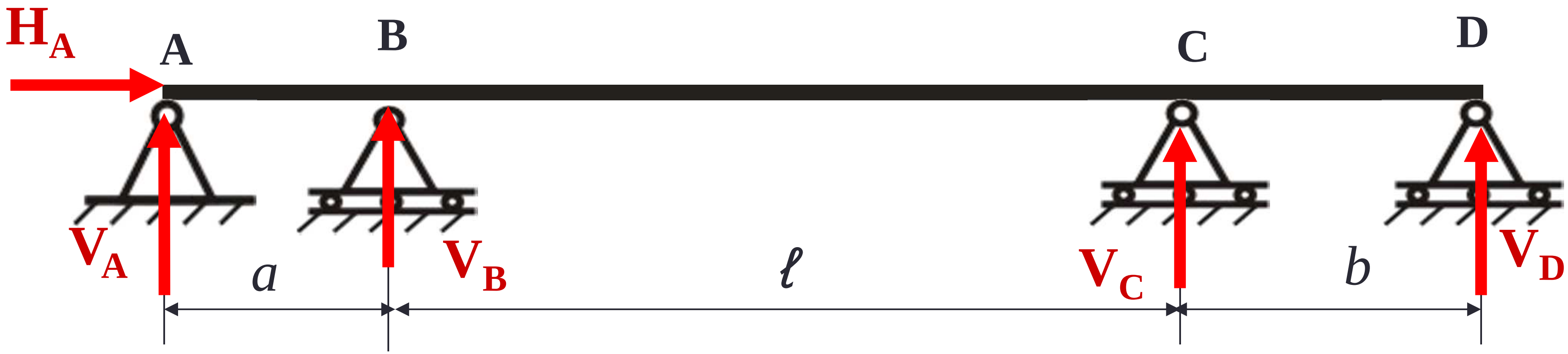


Konzola u ravni

Kontinualan nosač (statički neodređen):

n=5 (H_A, V_A, V_B, V_C, V_D), r=3 $\rightarrow$ n>r   n-r=5-3=2

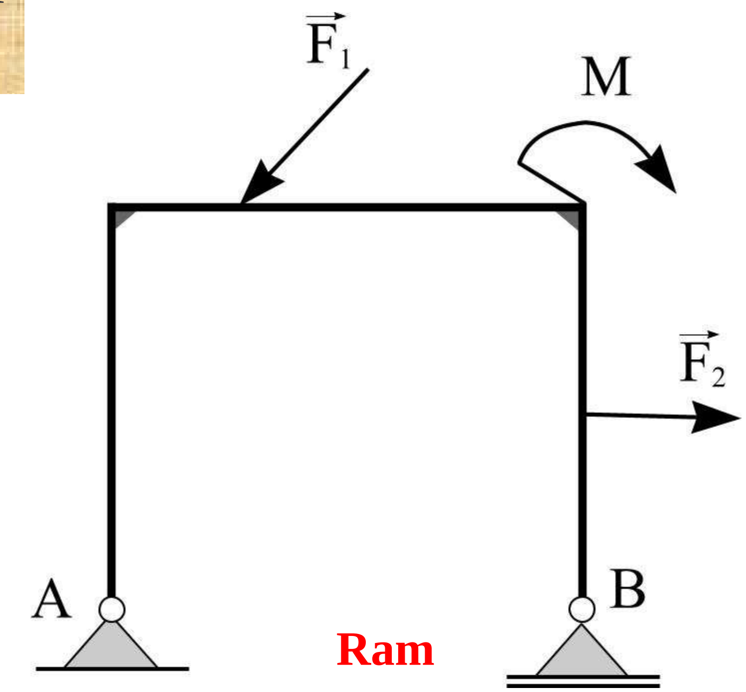
2 puta statički neodređen nosač.



PROSTI PUNI STATIČKI ODREĐENI LINIJSKI NOSAČI U RAVNI

Okvirni nosač (ram) je linijski nosač sastavljen od više štapova, čije ose međusobno zaklapaju određene uglove, a veza između njih je kruta. Veze sa spoljašnjom sredinom su nepokretan i pokretan oslonac. Rešavanje okvira svodi se na razmatranje ravnoteže tela u ravni.

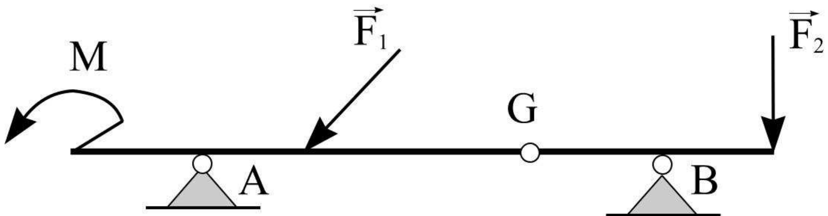
Broj nepoznatih: n =3
Broj jednačina ravnoteže: r=3
n=r nosač je statički određen



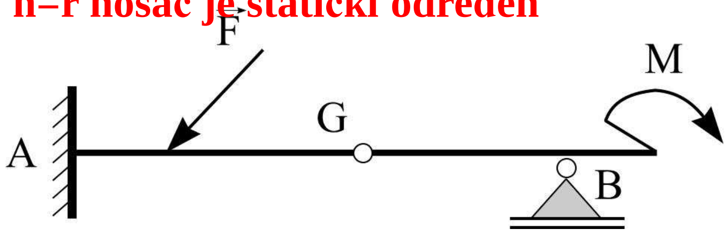
Ram

II) Složeni nosači su oni nosači koji se sastoje od sistema štapova, vezanih međusobno unutrašnjim vezama.

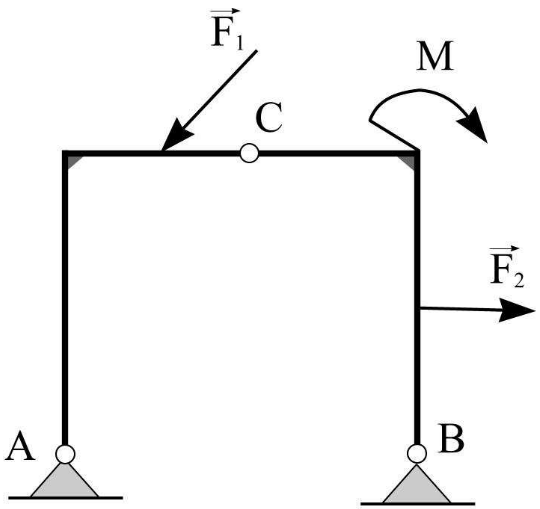
Gerberov nosač predstavlja sistem od više krutih grednih štapova međusobno povezanih zglobovima. Gerberovi nosači se rešavaju rastavljanjem sistema tela na pojedinačna tela i postavljanjem uslova ravnoteže za svako telo posebno.



Broj nepoznatih: n=6 (H_A, V_A, H_G, V_G, H_B, V_B)
Broj jednačina ravnoteže: r=3xt=3x2=6
n=r nosač je statički određen



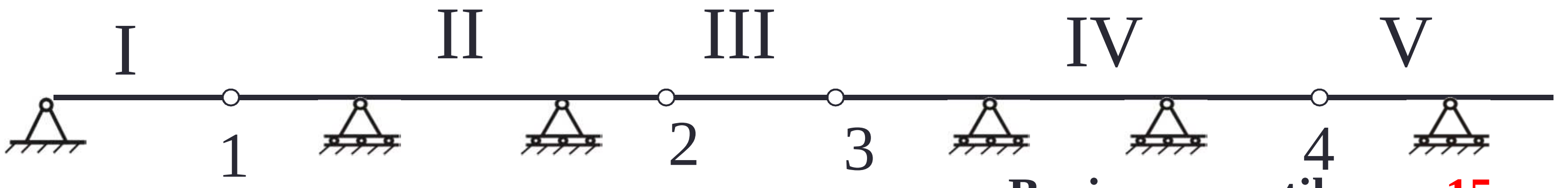
Gerberov nosač



Okvirni nosač-lik na tri zgloba

Okvirni nosač na tri zgloba je nosač sastavljen od dva međusobno zglobno vezana kriva ili prava štapa, koji ne leže na istoj pravoj, a vezani su za spoljašnju sredinu nepokretnim osloncima.

Gerberov nosač



Broj nepoznatih: n = 15
Broj jednačina ravnoteže:
r=3xt=3x5=15
n=r nosač je statički određen
veze su dobro (pravilno) raspoređene

Gerberov nosač koji nije stabilan jer veze nisu dobro (pravilno) raspoređene

Broj nepoznatih: n = 9
Broj jednačina ravnoteže:
r=3xt=3x3=9
n=r nosač je statički određen
ali veze nisu dobro (pravilno) raspoređene

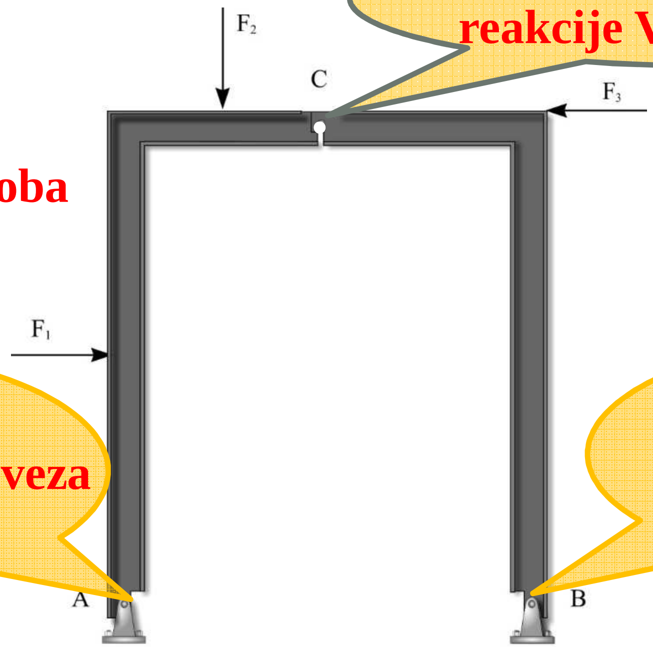
U krajnjem polju ne sme biti dva međuzgloba.

U srednjim poljima broj međuzglobova ne sme biti veći od dva.

Postoje konstrukcije, koje posle uklanjanja spoljašnjih veza ne ostaju više krute.
Primer takve konstrukcije je luk sa tri zgloba.
Ako se uklone oslonci A i B, onda luk sa tri zgloba nije više krut jer pojedini njegovi delovi mogu da se obrću oko zgloba C.

Zglob C – unutrašnja veza – reakcije V_C, H_C

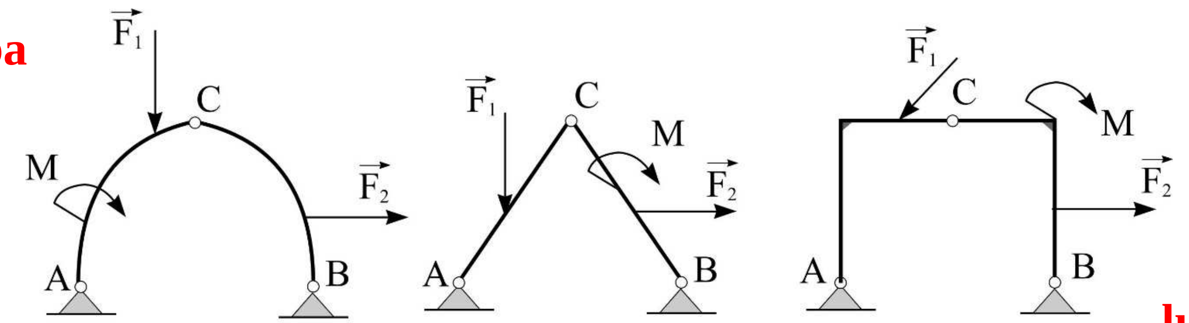
luk sa tri zgloba



Zglob i nepokretan oslonac – spoljašnja veza – reakcije V_A, H_A

Zglob i nepokretan oslonac – spoljašnja veza – reakcije V_B, H_B

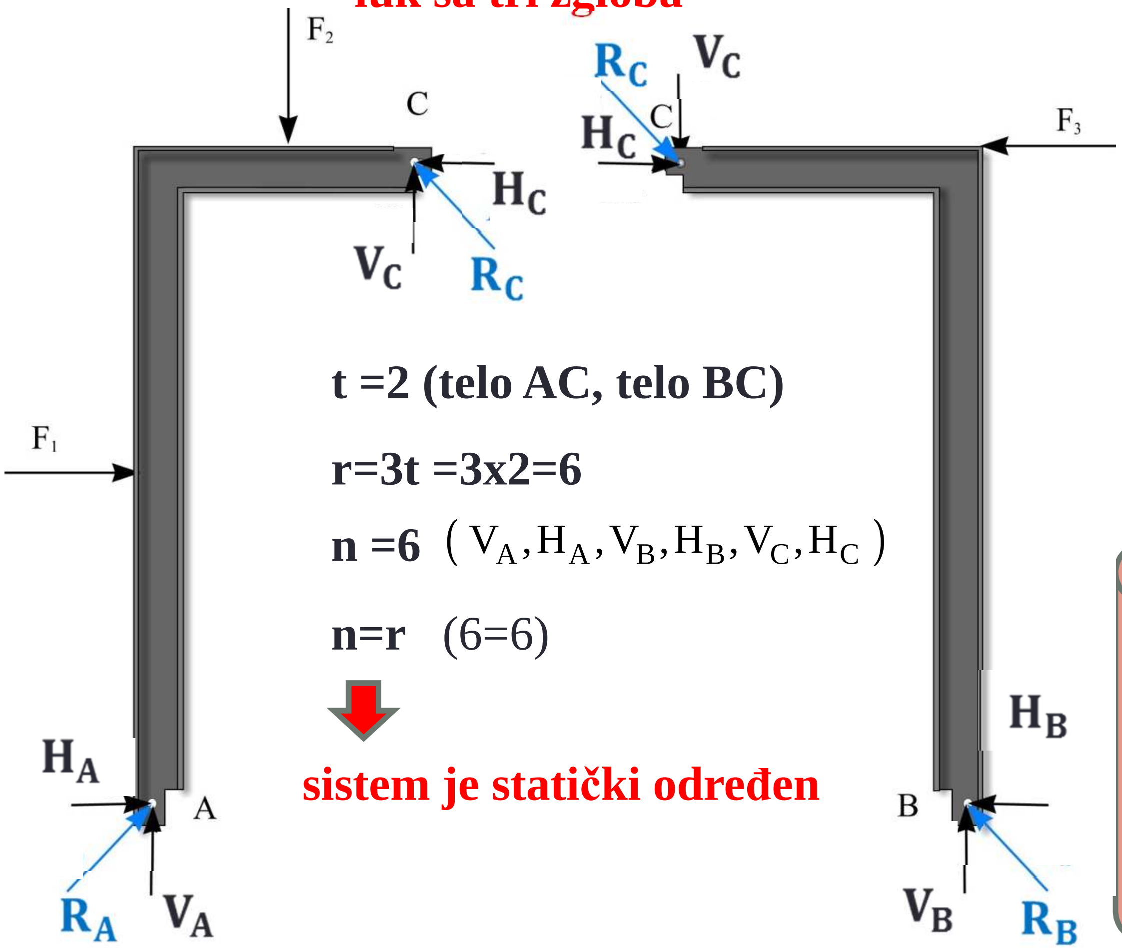
luk sa tri zgloba



luk sa tri zgloba

Sistem tela treba osloboditi i spoljašnjih i unutrašnjih veza i sve veze zameniti odgovarajućim reakcijama veza. Tada za svako telo treba formirati jednačine ravnoteže. Ako se sistem tela sastoji od t tela, ukupan broj jednačina ravnoteže je 3t, jer je za svako telo na koje deluje ravan sistem sila moguće postaviti tri jednačine ravnoteže. Iz tih jednačina može se odrediti najviše n=3t nepoznatih.

luk sa tri zgloba



t =2 (telo AC, telo BC)

r=3t =3x2=6

n =6 $(V_A, H_A, V_B, H_B, V_C, H_C)$

n=r (6=6)

sistem je statički određen

t – broj tela,

r=3t – broj jednačina ravnoteže

n – broj nepoznatih reakcija veza

n=r sistem je statički određen

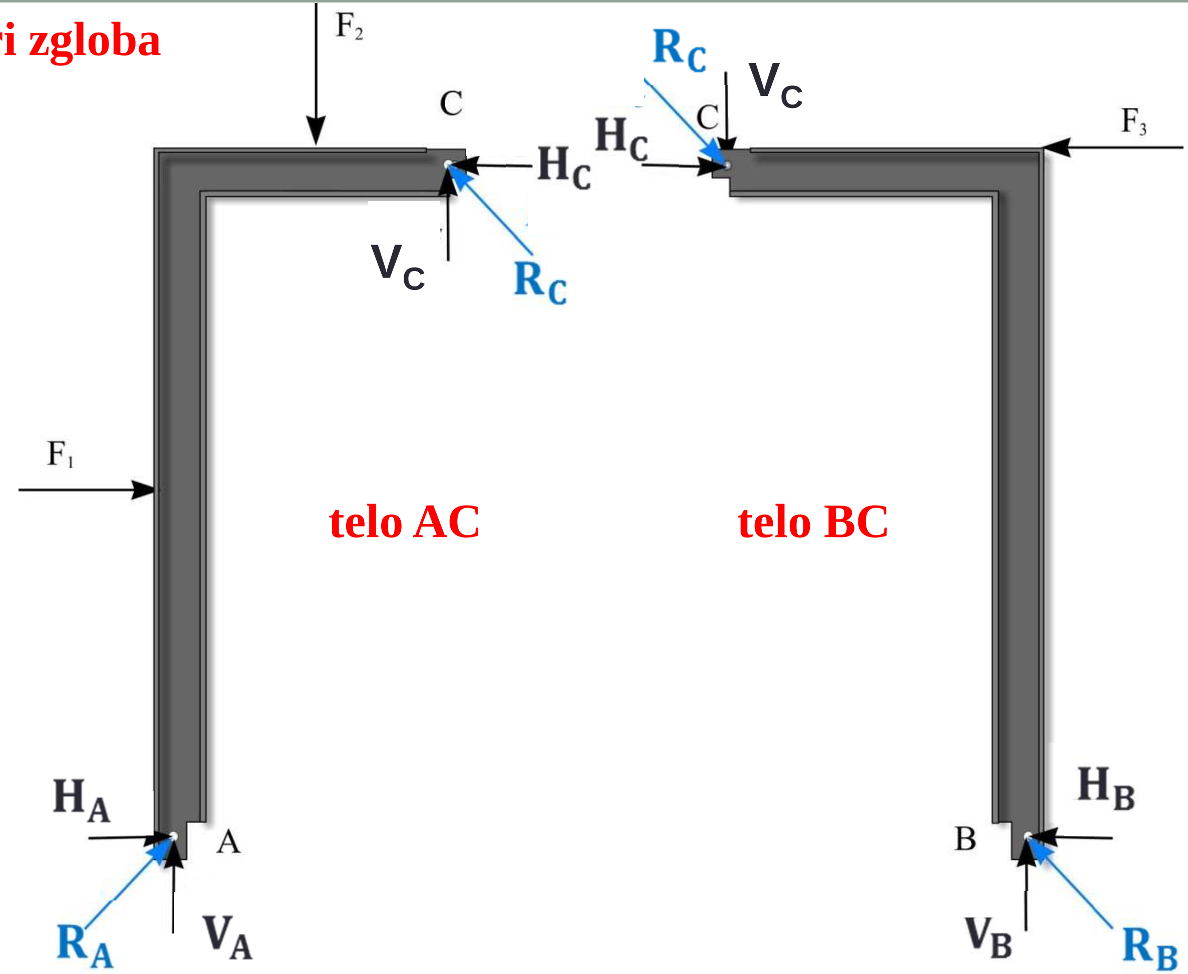
n>r sistem je statički neodređen

n<r sistem je statički preodređen

luk sa tri zgloba

PRVI POSTUPAK – ZASEBNA TELA ili Primena dekompozicije

telo AC + telo BC



$$
\left.
\begin{array}{l}
\text{telo AC} \left\{
\begin{array}{ll}
\sum X = 0, & (1) \\
\sum Y = 0, & (2) \\
\sum M_A = 0, & (3)
\end{array}
\right. \\
\text{telo BC} \left\{
\begin{array}{ll}
\sum X = 0, & (4) \\
\sum Y = 0, & (5) \\
\sum M_B = 0, & (6)
\end{array}
\right.
\end{array}
\right\} \Rightarrow V_A, H_A, V_B, H_B, V_C, H_C.
$$

DRUGI POSTUPAK – SISTEM + ZASEBNO TELO Ili delimična dekompozicija

telo AB + telo AC

Sistema tela se primenom A 5 oslobodi spoljašnjih veza i sastave se jednačine ravnoteže za čitavu konstrukciju kao celinu. Zatim se rastavi sistem na pojedina kruta tela i formiraju jednačine ravnoteže za jedno ili više zasebnih tela.

t =2 (telo AB, telo AC)

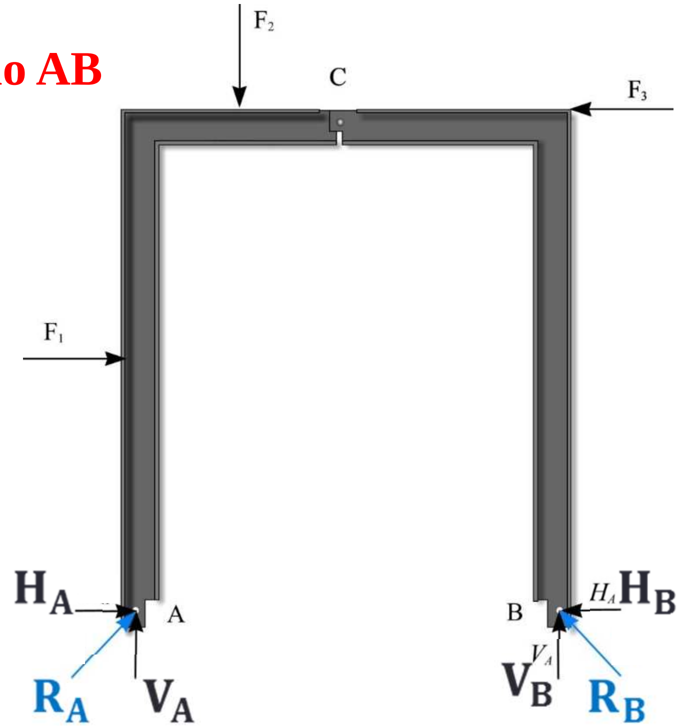
r=3t =3x2=6

n =6 $\left(V_A, H_A, V_B, H_B, V_C, H_C \right)$

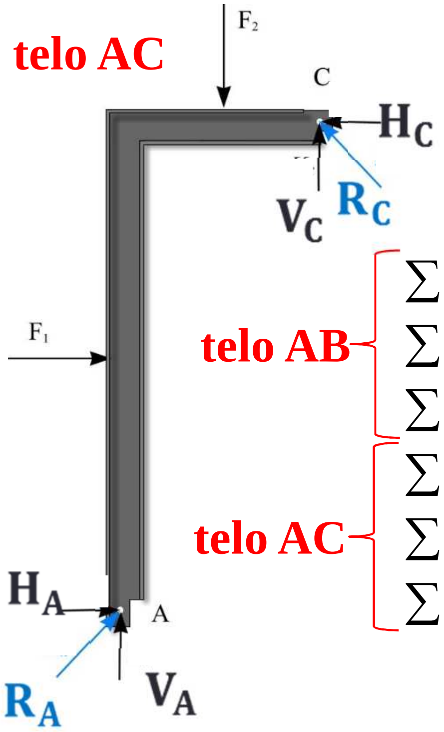
n=r (6=6)

sistem je statički određen

telo AB



telo AC



$$\left.\begin{aligned}
\text{telo AB}&\begin{cases}\sum X = 0, & (1)\\ \sum Y = 0, & (2)\\ \sum M_B = 0, & (3)\end{cases}\\
\text{telo AC}&\begin{cases}\sum X = 0, & (4)\\ \sum Y = 0, & (5)\\ \sum M_C = 0, & (6)\end{cases}
\end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad V_A, H_A, V_B, H_B, V_C, H_C.$$

Metod delimične dekompozicije:

1. Cilj je da se prvo postavi potpun sistem jednačina za određivanje reakcija spoljnih veza-ukidaju se samo spoljne veze.

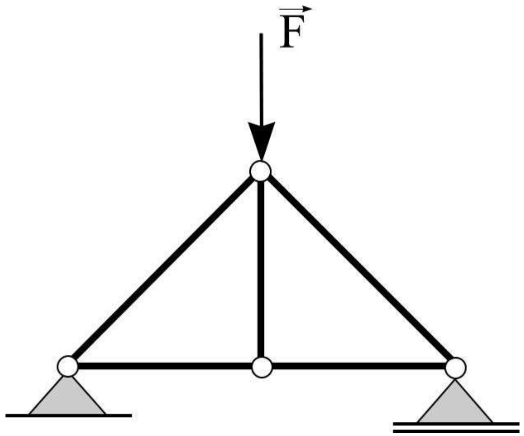
2. Postavljamo uslove ravnoteže spoljnih sila(aktivne i reakcije spoljnih veza) za nosač kao celinu.

3. Raspolažemo uslovima anuliranja momenata u međuzglobovima za sile levo ili desno od međuzgloba.

4.Naknadno postavljamo uslove ravnoteže za pojedine delove, iz kojih nalazimo reakcije unutrašnjih veza.

D) Nosači mogu biti: puni i rešetkasti

Rešetkasti nosač je konstrukcija satavljena od lakih štapova koja za nepokretnu osnovu može biti vezana pokretnim i nepokretnim osloncem.



Rešetka – statički sistem prosta greda

a) Prosta greda

b) greda sa prepustima

c) konzola

d) konzolni stub

e) greda na tri oslonca

f) poduprta konzola

g) obostrano uklještena greda

h) luk na dva zgloba

i) uklješten luk

j) lančanica

k) lančanica

l) Gerberova greda

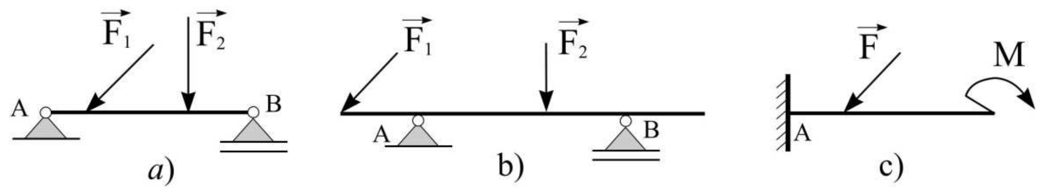
m) Gerberova greda

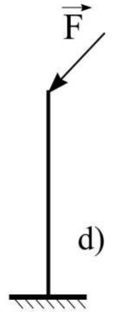
n) rešetkasti nosač

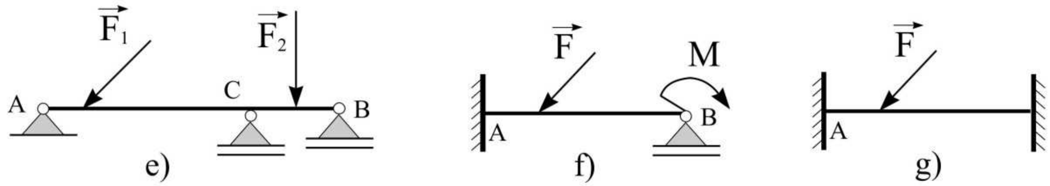
o) prost okvir

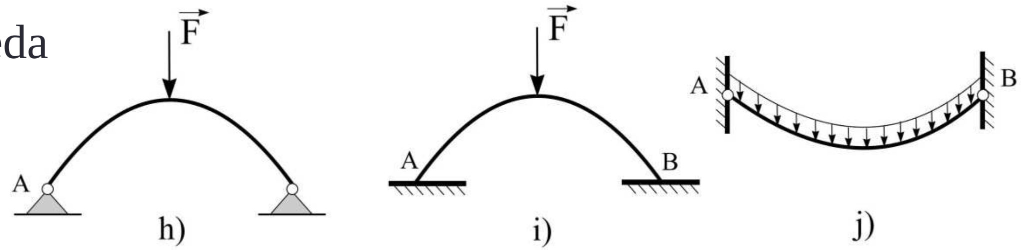
p) okvirni nosač na tri zgloba

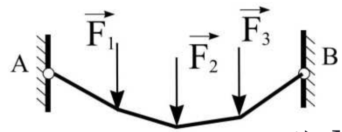
q) okvir na tri zgloba



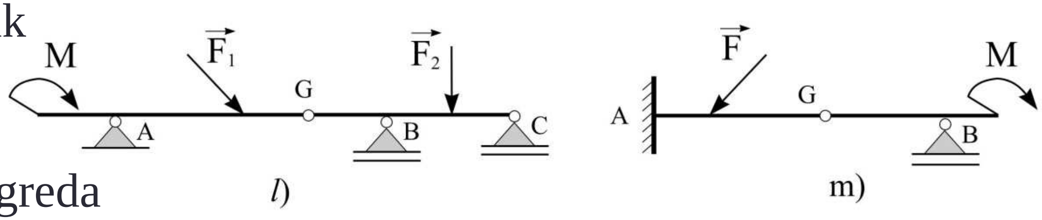


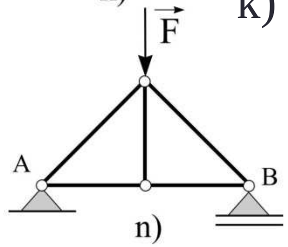


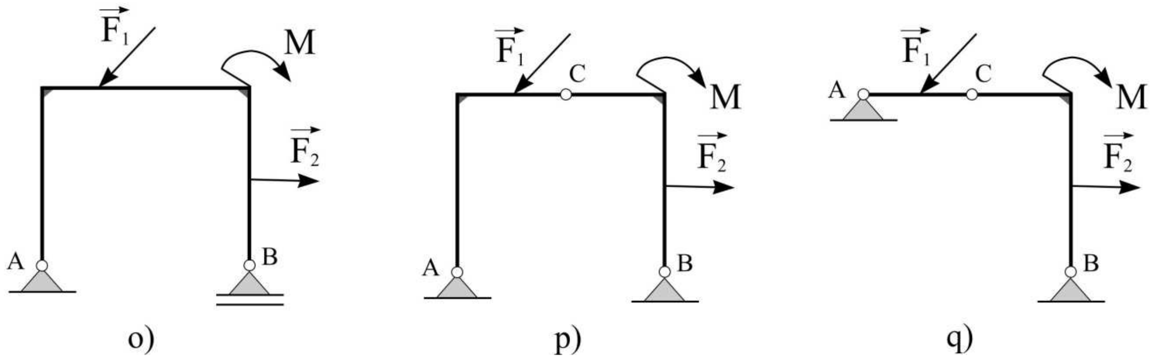




k)







a) Prosta greda, Anegasakigava most, Japan

b) prosta greda, rešetka, železnički most, Japan

c) drveni okvir, plivalište, Brno, Češka

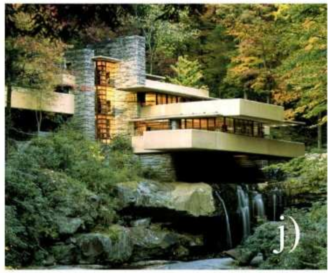
d) lučni pešački most, Kina

e) viseći most, lančanica, Francuska, 1822

f) vodotornjevi u Kuvajtu

g) stub, olimpijski kompleks, Barselona, Španija

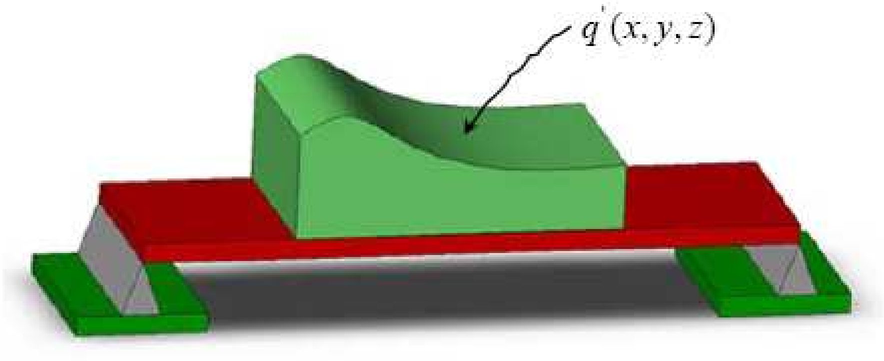
h), i) konzola, vidikovac, kanjon Kolorado, SAD



j) kuća na vodopadima, Frenk Lojd Rajt

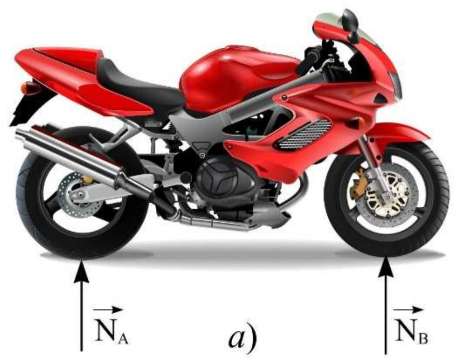
KONTINUALNA – NEPREKIDNO RASPOREĐENA OPTEREĆENJA

Često je telo izloženo opterećenju, koje je raspodeljeno po njegovoj zapremini, površini, odnosno dužini.
Opterećenje neprekidno raspoređeno po celoj dužini grede ili dela grede naziva se neprekidno raspodeljeno ili kontinualno opterećenje.
Primeri raspodeljenog opterećenja su posledica dejstva sopstvene težine, vetra, snega, hidrostatičkog pritiska, pritiska tla itd. Prema vremenu trajanja opterećenja mogu biti stalna (težina nosača) i povremena (vetar, sneg itd.)

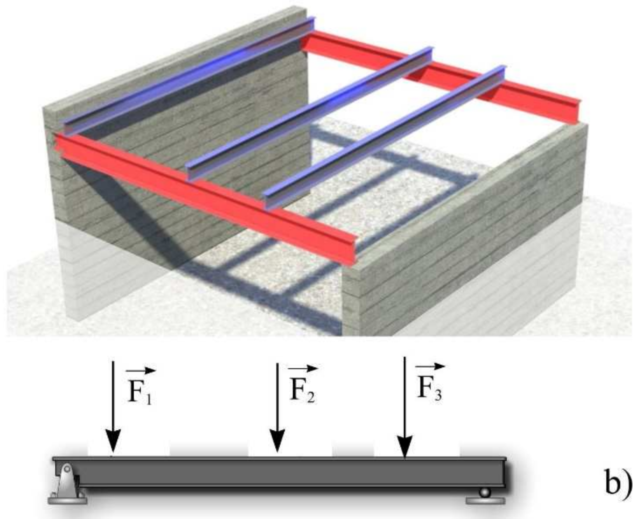


Koncentrisana sila predstavlja uticaj opterećenja za koje se pretpostavlja da deluje na tačku tela.
Opterećenje može da se predstavi koncentrisanom silom ako se utvrdi da je površina na koju opterećenje deluje vrlo mala u odnosu na veličinu tela.

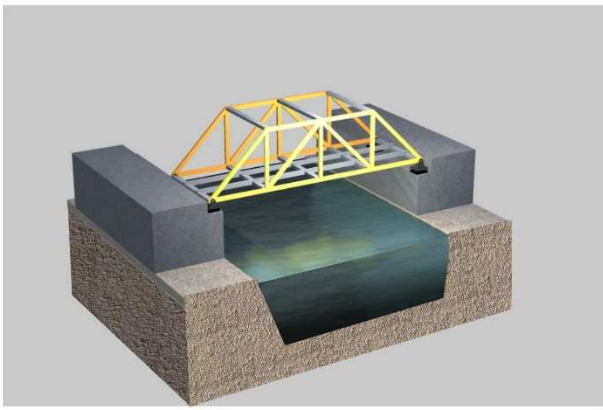
Primeri spoljašnjih sila, dejstvo tela na telo, koncentrisane i kontinualno raspoređene sile

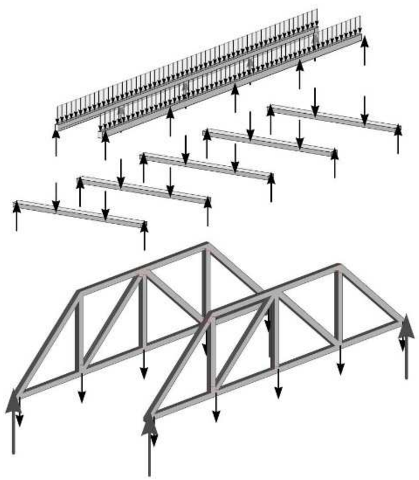


a)

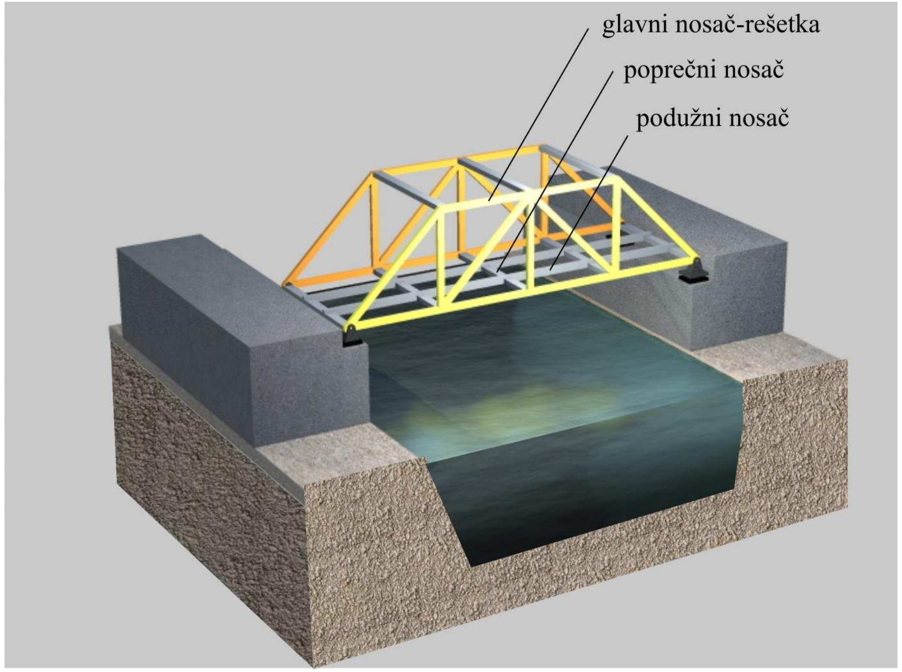


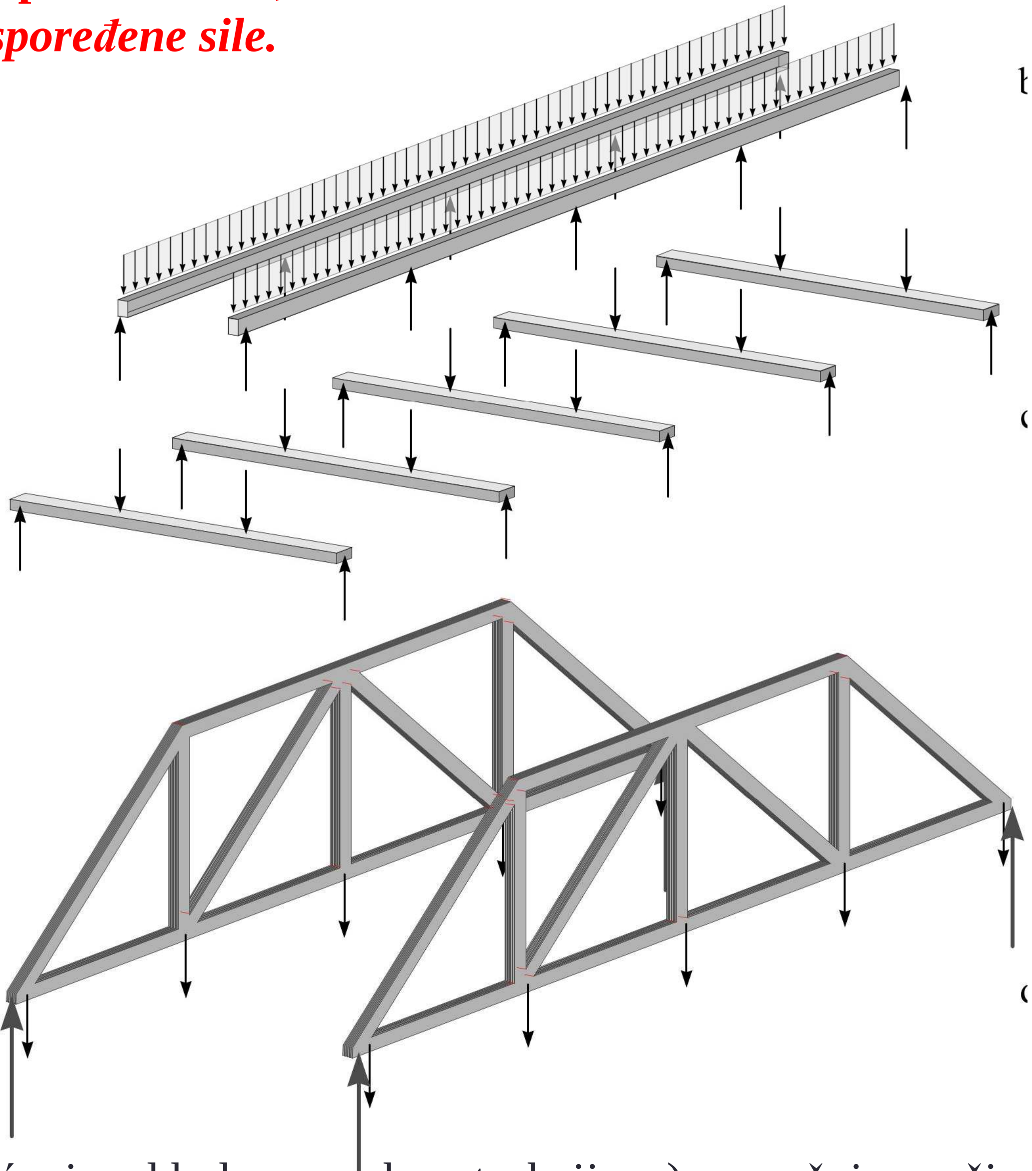
b)


c)


d)

Sile koje deluju na deo površi tela ili zapremine tela, celom dužinom ili delom dužine nosača, zovu se *kontinualno raspoređene sile.*





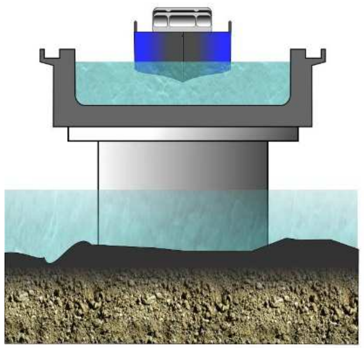
a) Most; b) podužni nosači primaju opterećenje od kolovozne konstrukcije; c) poprečni nosači primaju opterećenje i prenose ga na glavne nosače; d) glavni rešetkasti nosači.

KONTINUALNO OPTEREĆENJE NA PRIMERU KANALA – MOSTA

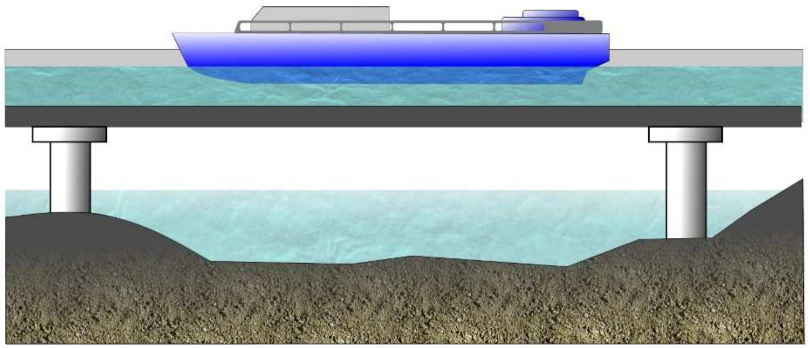
a) kanal most preko reke Elbe ukupne dužine 918 m, od čega je 228 m preko reke, dubine 4,25 m, građen u periodu 1997-2003, Magdeburg, Nemačka

a)

b) poprečni presek konstrukcije



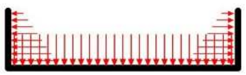
b)



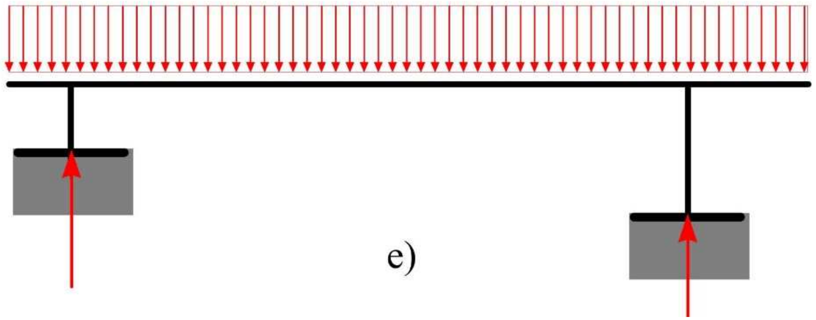
c)

c) podužni presek konstrukcije

d) šema opterećenja u poprečnom preseku



d)

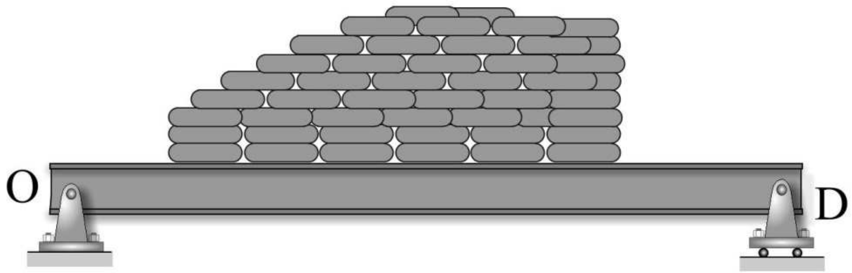


e)

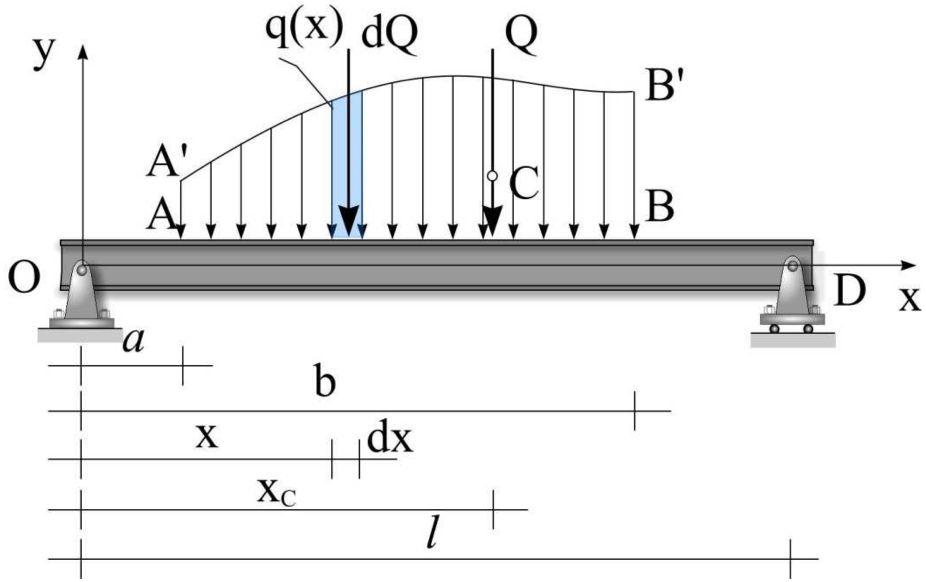
e) šema opterećenja u podužnom preseku

LINIJSKA OPTEREĆENJA

Ukoliko je kontakt između dva tela ostvaren duž linije tada je telo opterećeno linijski raspoređenim opterećenjem.



Nosač opterećen vrećama cementa



specifično opterećenje q

Dejstvo ovakvog opterećenja može se proučavati na jednostavan način ako se ono zameni svojom rezultantom.

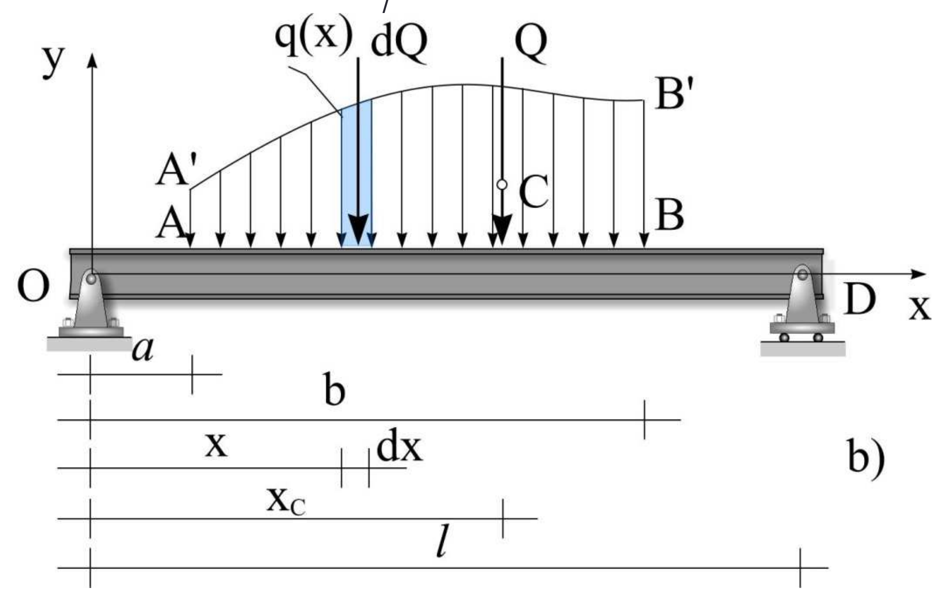
LINIJSKA OPTEREĆENJA

Površ određena linijom kontakta i elementarnim silama nazove **površ opterećenja**

$$q(x)\,dx = dA$$

specifično opterećenje $$q = \frac{dQ}{dx},$$

dimenzionalno jednako odnosu sile i dužine, pa se njegov intenzitet izražava u njutnima po metru (N/m, kN/m).



Sila dQ koja deluje na mali element grede dužine dx:

$$dQ = q(x)\,dx,$$

Ovakvih elementarnih sila duž kontaktne krive ima beskonačno mnogo. Za ovaj sistem paralelnih sila potrebno je odrediti veličinu i položaj rezultante.

$$Q = \int_A^B dQ = \int_a^b q(x)\,dx$$

$$Q = \int_A dA = A$$

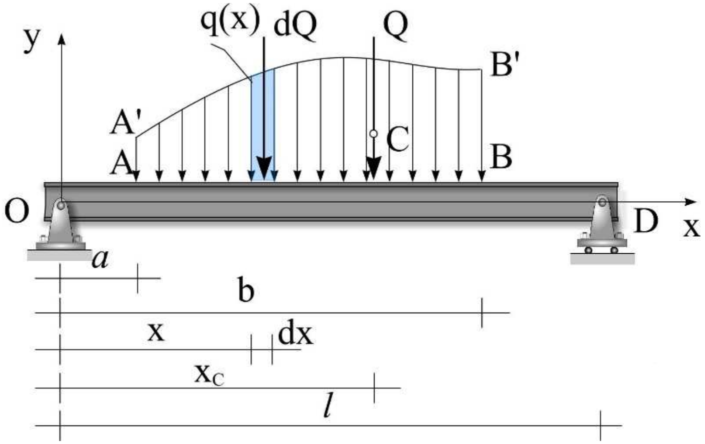
intenzitet rezultante linijski raspoređenog kontinualnog opterećenja jednak je površini površi opterećenja

POLOŽAJ REZULTANTE LINIJSKOG KONTINUALNOG OPTEREĆENJA

$$Q = \int_A dA = A$$

intenzitet rezultante linijski raspoređenog kontinualnog opterećenja jednak je površini površi opterećenja

Pošto se sistem sila svodi na rezultantu važi Varinjonova teorema, prema kojoj je moment rezultante u odnosu na neku tačku ili osu jednak sumi momenata komponenata u odnosu na istu tačku ili osu.



Moment rezultante u odnosu na tačku A jednak je proizvodu njenog intenziteta Q i normalnog rastojanja x_c, dok je moment elementarne sile dQ=q(x)dx jednak xq(x)dx, tako da ukupni moment kontinualnog opterećenja u odnosu na tačku A iznosi $\int_a^b x\,q(x)\,dx$

$$x_C\,Q = \int x\,dQ = \int_a^b x\,q(x)\,dx$$

$$x_C = \frac{1}{Q}\int_a^b x\,q(x)\,dx = \frac{\int_a^b x\,q(x)\,dx}{\int_a^b q(x)\,dx}$$

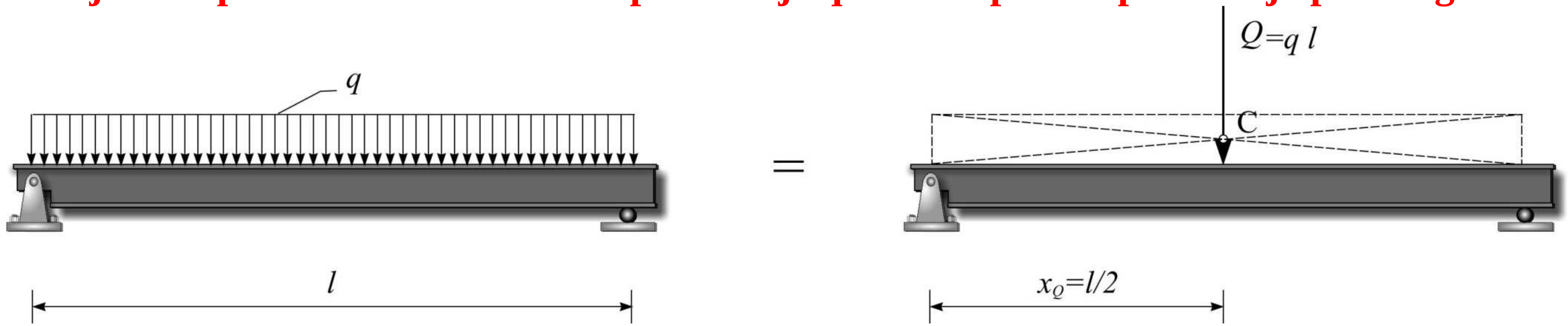
dA

$$x_C = \frac{\int_a^b x\,q(x)\,dx}{\int_a^b q(x)\,dx} = \frac{1}{A}\int_A x\,dA$$

ovo predstavlja izraz kojim je definisan položaj težišta površi AA′B′B, pa se zaključuje da je rezultanta Q kontinualnog opterećenja ekvivalentna kontinualnom opterećenju ukoliko njena napadna linija prolazi kroz težište površi opterećenja (između krive opterećenja i x ose – površ AA′B′B).

Dakle, napadna linija rezultante linijski raspoređenog kontinualnog opterećenja prolazi kroz težište površi opterećenja.

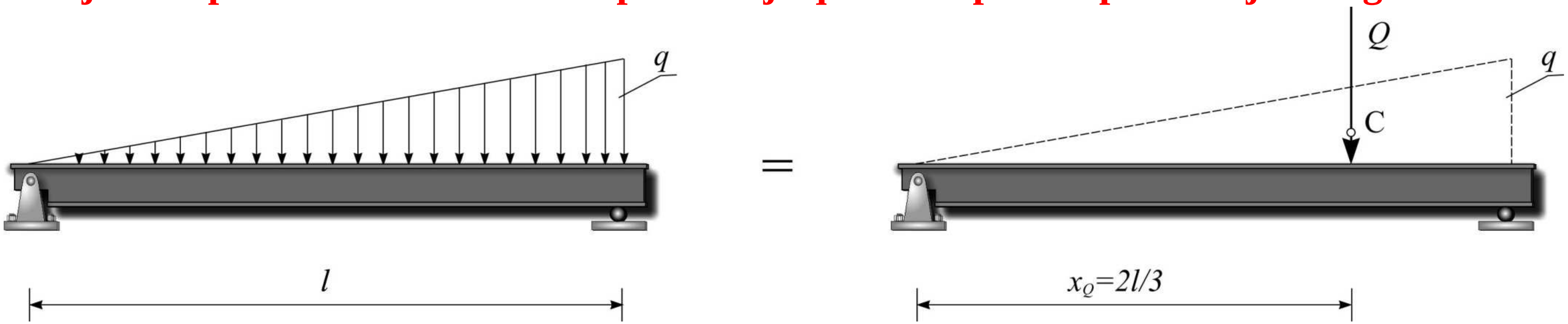
Linijski raspoređeno kontinualno opterećenje q=const - površ opterećenja pravougaonik



$$Q = A = q\,l$$

$$x_C = \frac{l}{2}$$

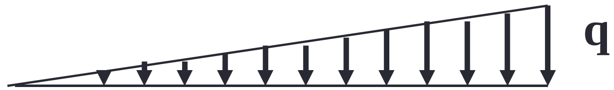
Linijski raspoređeno kontinualno opterećenje q=const - površ opterećenja trougao



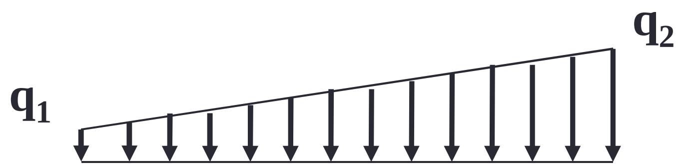
$$Q = A = \frac{q\,l}{2}$$

$$x_C = \frac{2l}{3}$$

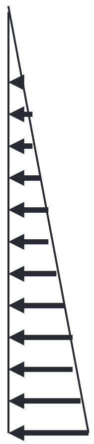
Trougaono opterećenje:



Trapezasto opterećenje

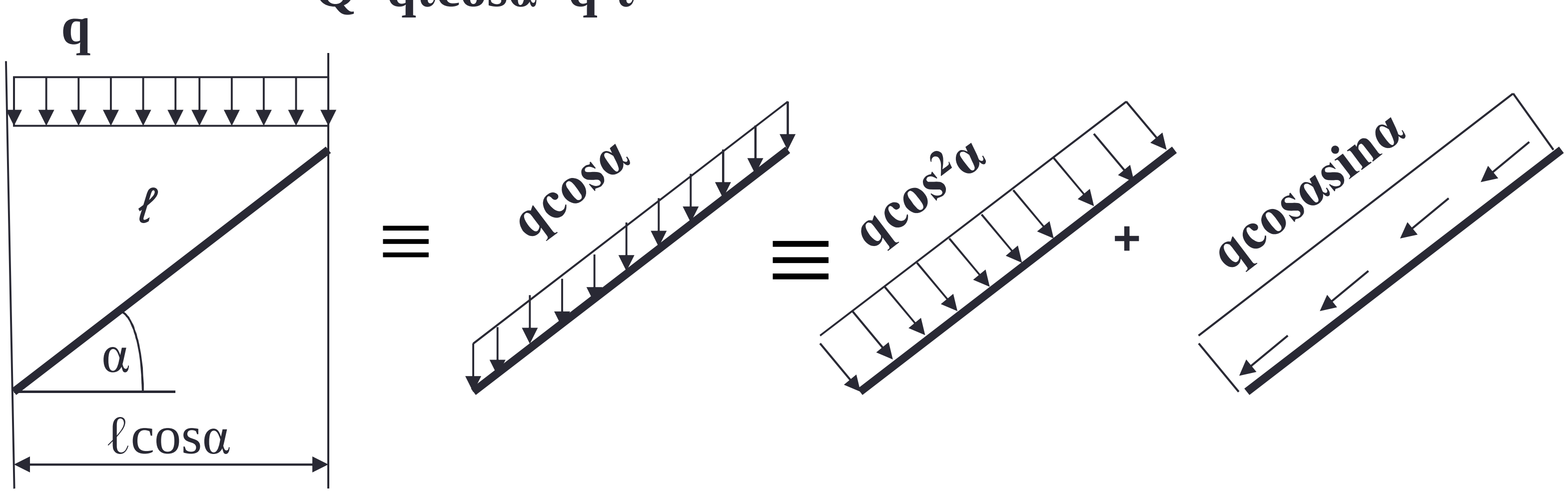


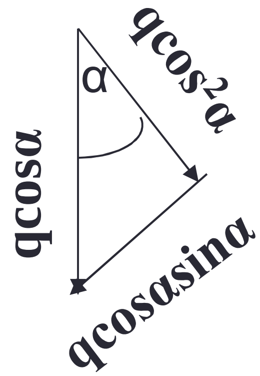
Opterećenje vodom

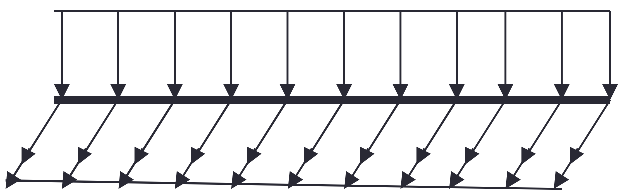


Opterećenje zadato po kosoj ravni:

$$Q = q\ell\cos\alpha = q^{1}\ell$$





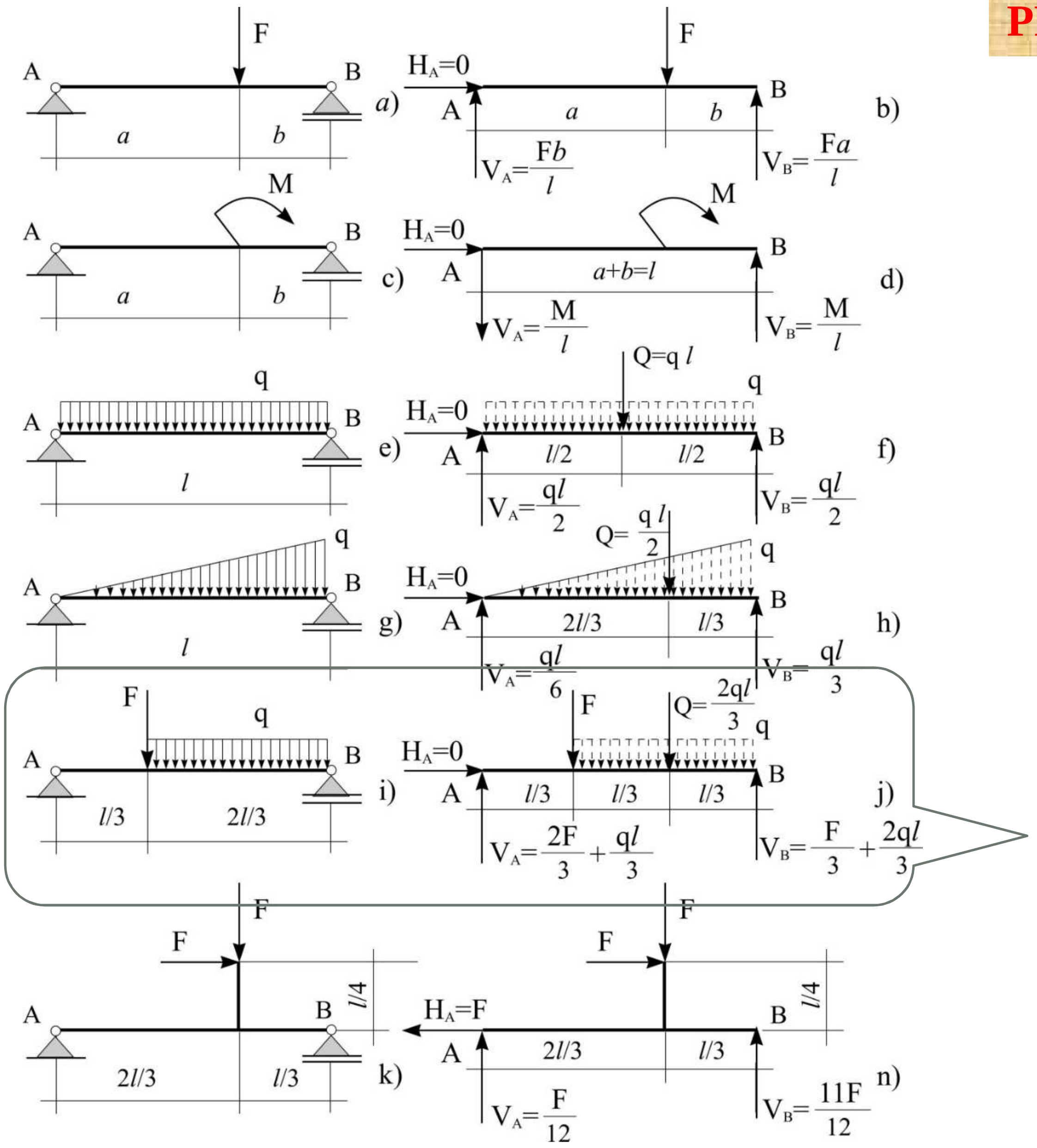


$$\vec{p} = \left\{ p_x ; p_y ; p_z \right\}$$

$$\vec{m} = \left\{ m_x ; m_y ; m_z \right\}$$

Primeri ravnoteže prostih nosača pod dejstvom ravnog sistema sila

PROSTA GREDA



$$\sum X = 0 \;\rightarrow\; H_A = 0,$$

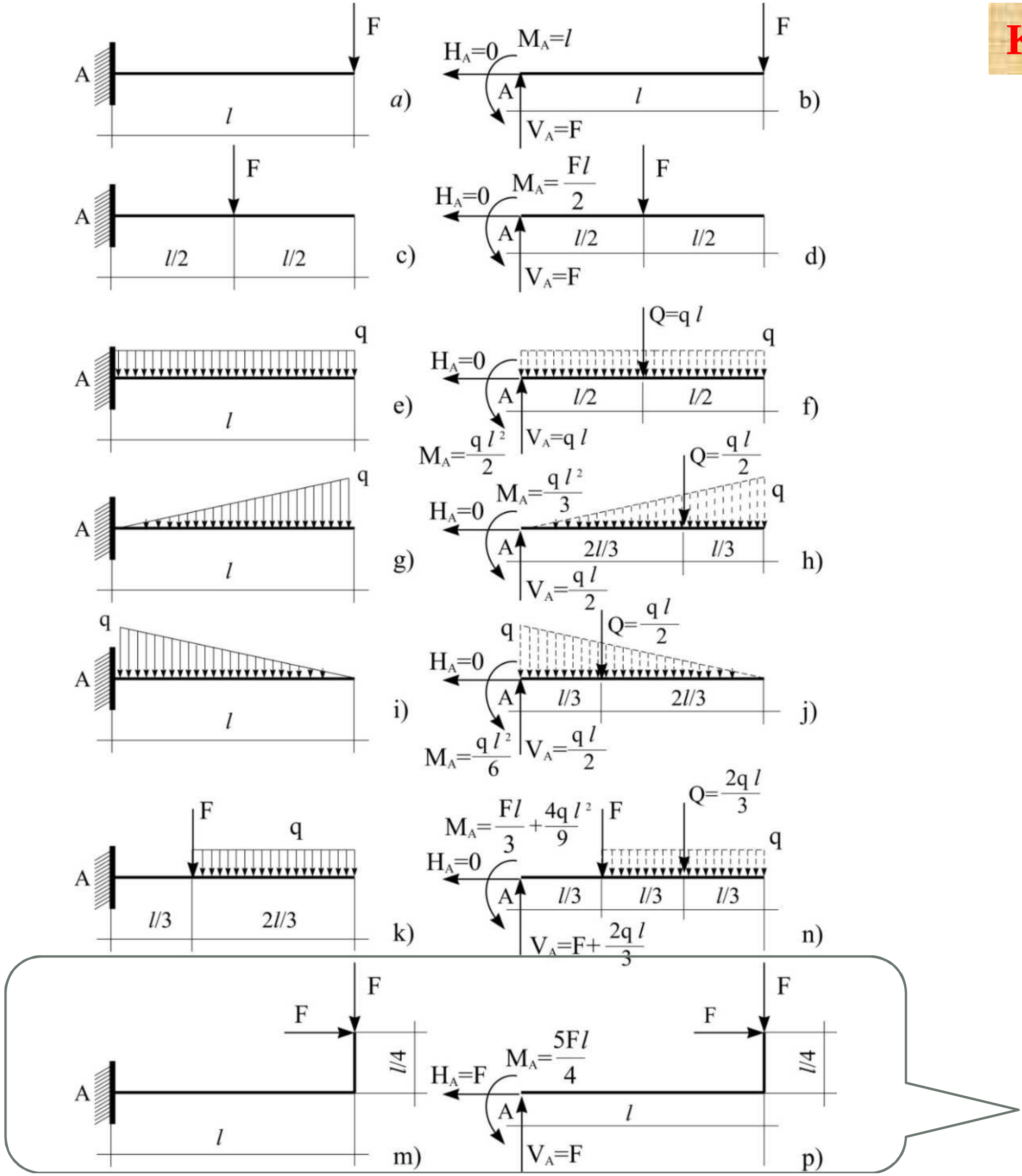
$$\sum Y = 0 \;\rightarrow\; V_A + V_B - F - Q = 0,$$

$$\sum M_A = 0 \;\rightarrow\; V_B \cdot l - F \cdot \frac{l}{3} - Q\left(\frac{l}{3} + \frac{l}{3}\right) = 0,$$

$$H_A = 0, \quad V_A = \frac{2F}{3} + \frac{ql}{3}, \quad V_B = \frac{F}{3} + \frac{2ql}{3}$$

Primeri ravnoteže prostih nosača pod dejstvom ravnog sistema sila

KONZOLA



$$\sum X = 0 \;\rightarrow\; H_A - F = 0,$$

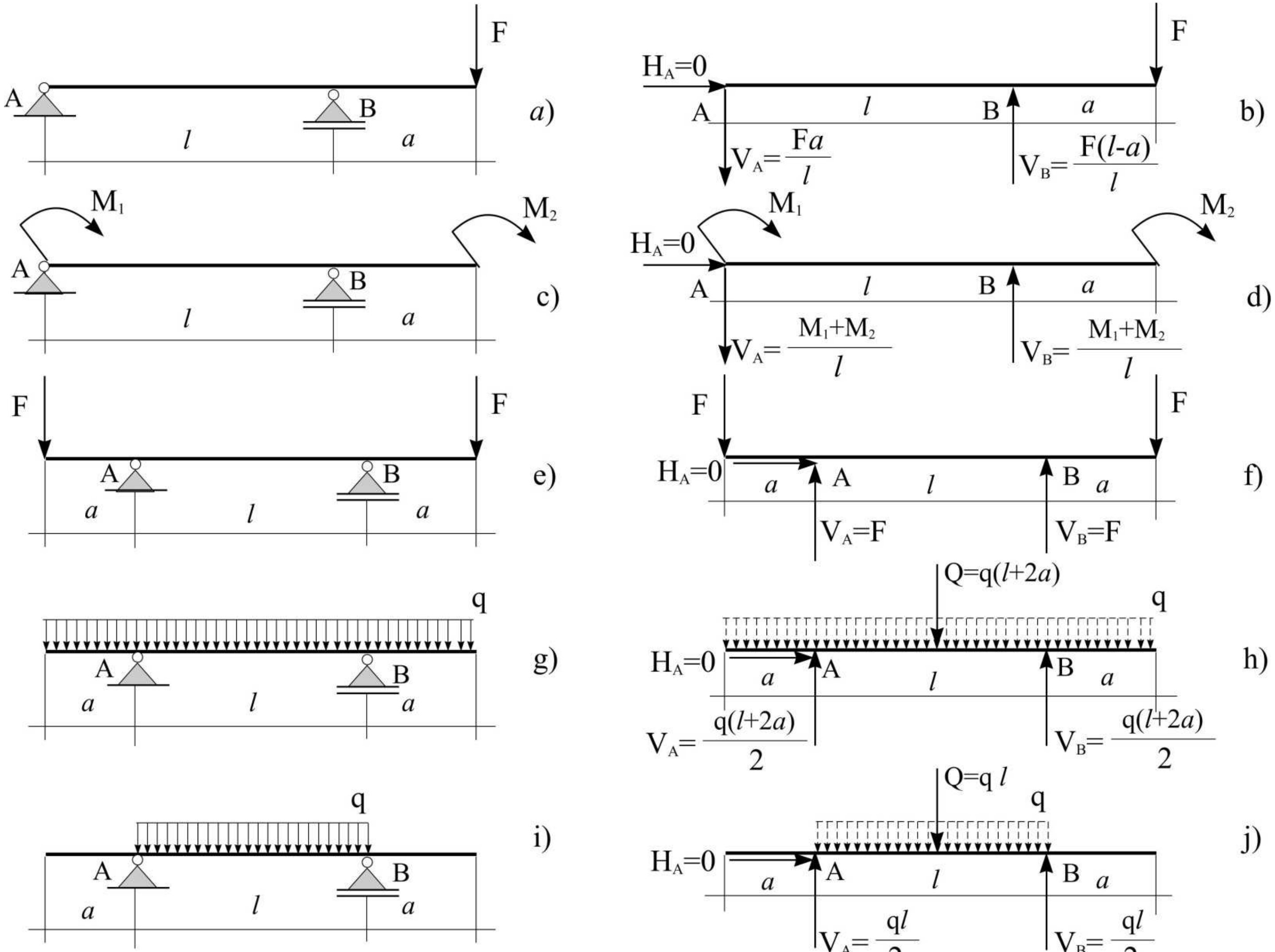
$$\sum Y = 0 \;\rightarrow\; V_A - F = 0,$$

$$\sum M_A = 0 \;\rightarrow\; M_A - F \cdot \frac{l}{4} - F \cdot l = 0,$$

$$H_A = F, \quad V_A = F, \quad M_A = \frac{5Fl}{4}$$

Primeri ravnoteže prostih nosača pod dejstvom ravnog sistema sila

GREDA SA PREPUSTOM



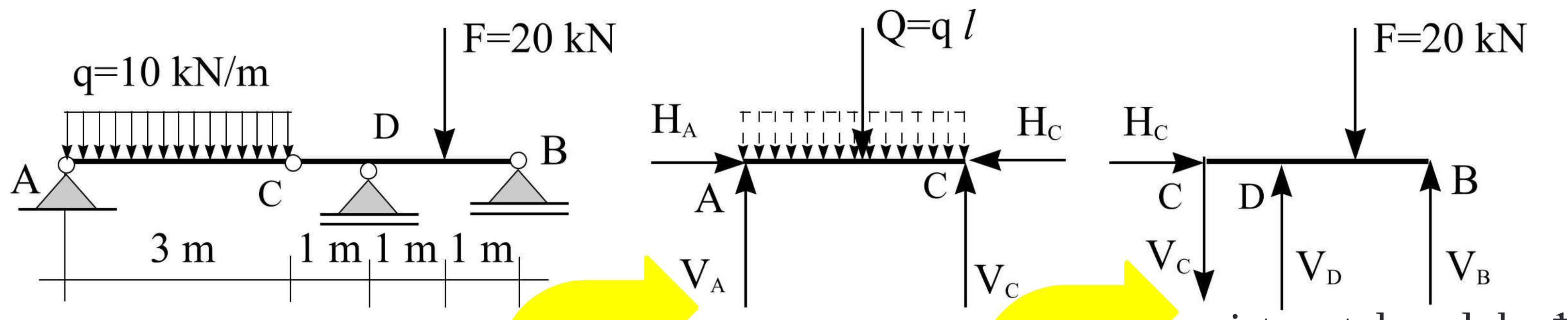
Primer d)

$$\sum X=0 \rightarrow H_A=0,$$
$$\sum Y=0 \rightarrow -V_A+V_B=0,$$
$$\sum M_A=0 \rightarrow V_B\cdot l-M_1-M_2=0.$$

$$H_A=0,\quad V_A=\frac{M_1+M_2}{l},\quad V_B=\frac{M_1+M_2}{l}$$

PRIMERI GERBEROVIH NOSAČA, LUKOVA NA TRI ZGLOBA I SLOŽENIH NOSAČA

Odrediti reakcije veza Gerberovog nosača



Gerberov nosač *a)* b) sistem tela oslobođen spoljašnjih veza i unutrašnje veze u C

Jednačine ravnoteže za telo AC:

$$\sum X = 0 \;\rightarrow\; H_A - H_C = 0,$$

$$\sum Y = 0 \;\rightarrow\; V_A + V_C - Q = 0,$$

$$\sum M_A = 0 \;\rightarrow\; V_C \cdot 3 - Q \cdot 1{,}5 = 0,$$

Jednačine ravnoteže za telo CB:

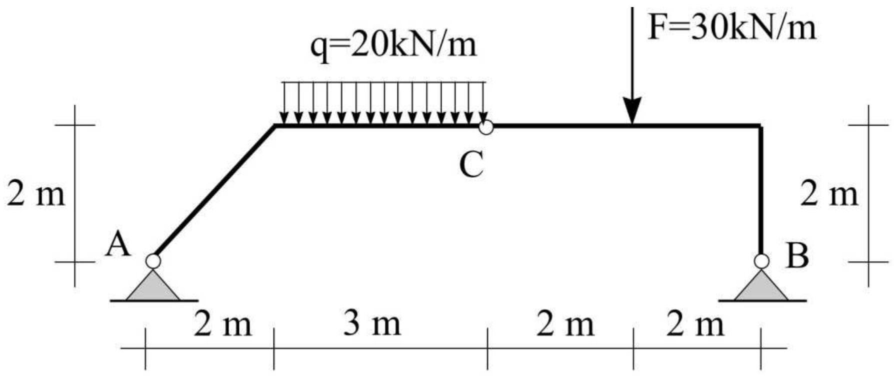
$$\sum X = 0 \;\rightarrow\; H_C = 0,$$

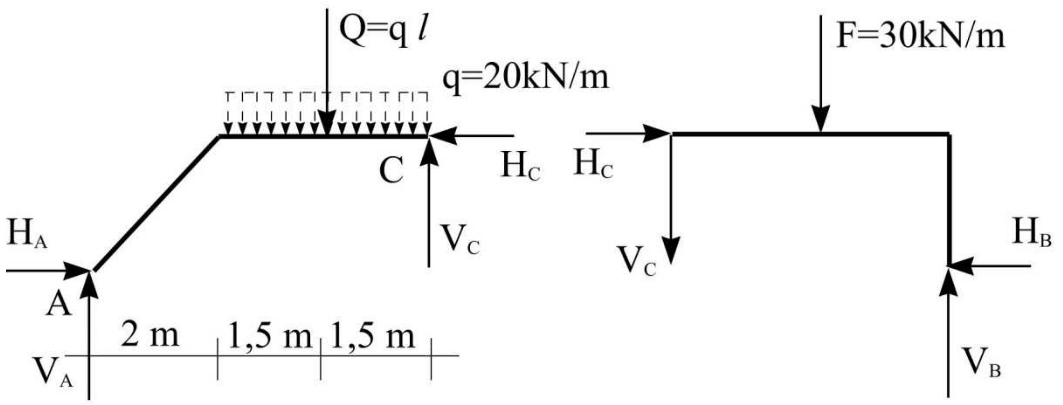
$$\sum Y = 0 \;\rightarrow\; -V_C + V_B + V_D - F = 0,$$

$$\sum M_D = 0 \;\rightarrow\; V_C \cdot 1 - F \cdot 1 + V_B \cdot 2 = 0.$$

$$H_A = H_C = 0,\quad V_A = V_C = 15\,\text{kN},\quad V_B = 2{,}5\,\text{kN},\quad V_D = 32{,}5\,\text{kN}$$

Odrediti reakcije veza okvirnog nosača na tri zgloba





Jednačine ravnoteže za telo AC:

$$\sum X = 0 \quad \rightarrow \quad H_A - H_C = 0,$$

$$\sum Y = 0 \quad \rightarrow \quad V_A + V_C - Q = 0,$$

$$\sum M_A = 0 \quad \rightarrow \quad V_C \cdot 5 + H_C \cdot 2 - Q \cdot 3{,}5 = 0,$$

Jednačine ravnoteže za telo BC:

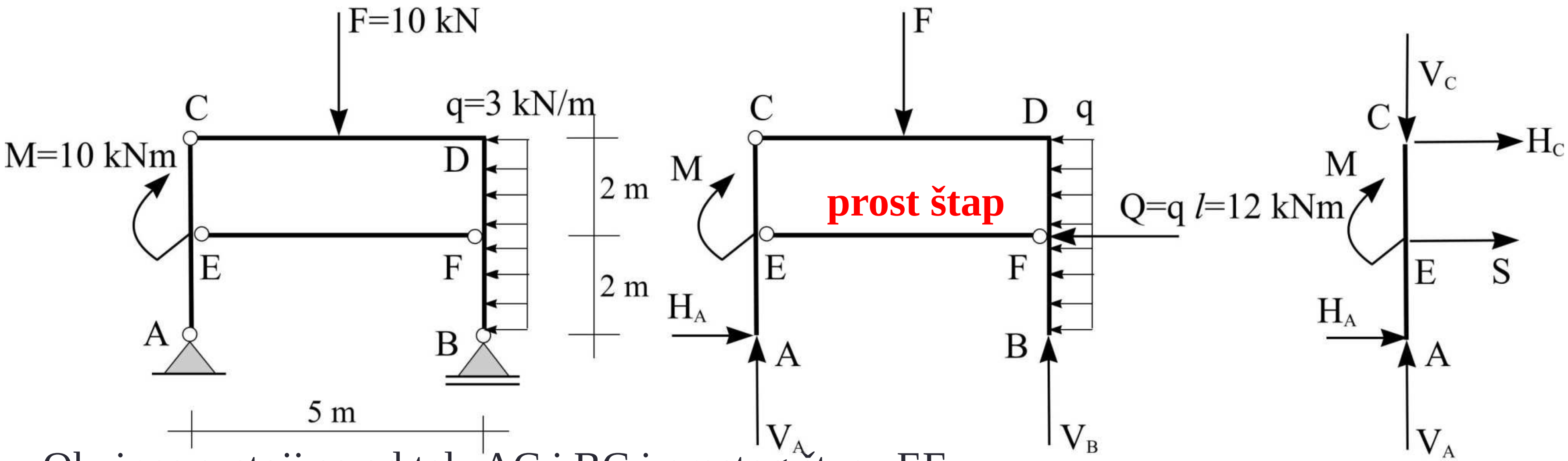
$$\sum X = 0 \quad \rightarrow \quad H_C - H_B = 0,$$

$$\sum Y = 0 \quad \rightarrow \quad V_B - V_C - F = 0,$$

$$\sum M_B = 0 \quad \rightarrow \quad V_C \cdot 4 - H_C \cdot 2 + F \cdot 2 = 0.$$

$$H_A = H_C = H_B = 63{,}32\,\text{kN}, \quad V_A = 43{,}33\,\text{kN}, \quad V_B = 46{,}66\,\text{kN}, \quad V_C = 16{,}16\,\text{kN}$$

Odrediti reakcije veza datog sistema tela



Okvir se sastoji se od tela AC i BC i prostog štapa EF.
Zadatak može da se reši posmatranjem ravnoteže sistema kao celine + ravnoteža jednog tela, na primer AC.

Jednačine ravnoteže sistema kao celine glase:

$$\sum X = 0 \;\rightarrow\; H_A - q\cdot 4 = 0,$$
$$\sum Y = 0 \;\rightarrow\; V_A - F + V_B = 0,$$
$$\sum M_D = 0 \;\rightarrow\; -5V_A - M + F\cdot 2{,}5 + Q\cdot 2 = 0.$$

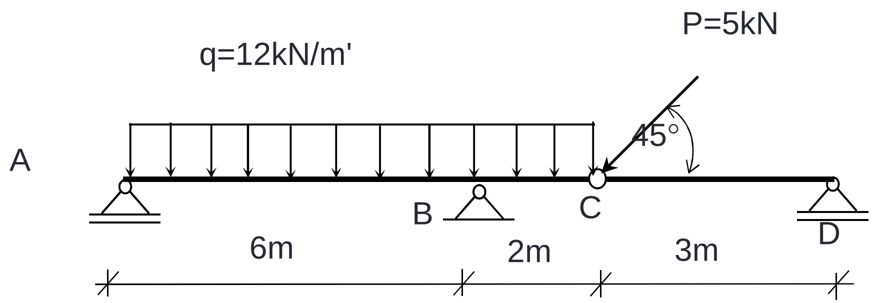
$$H_A = 12\text{ kN},\quad V_A = 7{,}8\text{ kN},\quad V_B = 2{,}2\text{ kN}$$

Jednačine ravnoteže za telo AC glase:

$$\sum X = 0 \;\rightarrow\; H_A + S + H_C = 0,$$
$$\sum Y = 0 \;\rightarrow\; V_A - V_C = 0,$$
$$\sum M_C = 0 \;\rightarrow\; V_A\cdot 4 - M + S\cdot 2 = 0.$$

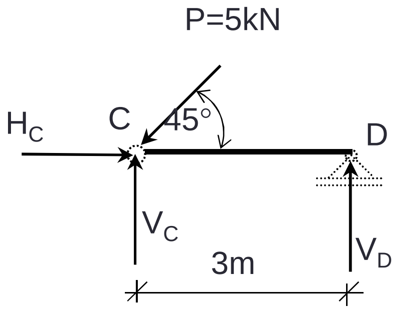
$$H_C = 7\text{ kN},\quad V_C = 7{,}8\text{ kN},\quad S = -19\text{ kN}$$

Odrediti reakcije vaza za dati **Gerberovog nosača**



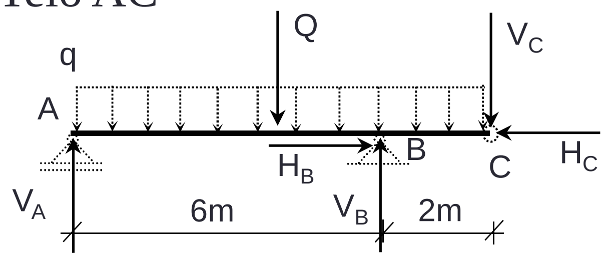
n=6 (V_A, V_B, H_B, V_C, H_C, V_D), r=3t=3·2=6, n=r $\Rightarrow$ sistem je statički određen

Telo CD



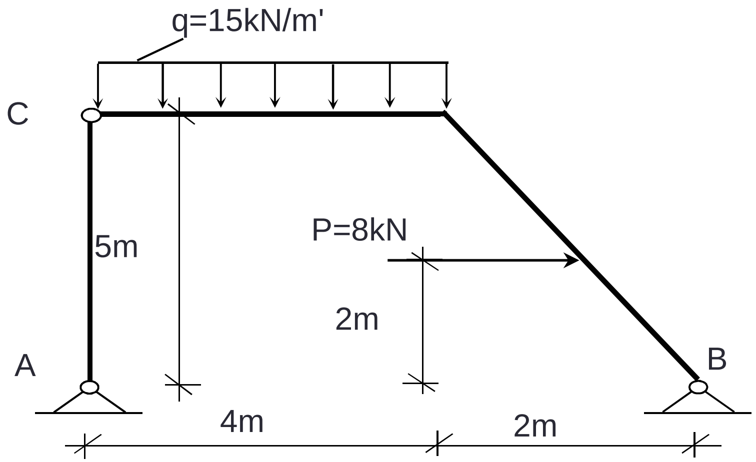
$$\left.\begin{array}{l}\sum X=0\Rightarrow\\ \sum Y=0\Rightarrow\\ \sum M_C=0\Rightarrow\end{array}\right\} V_D=0,\ H_C=5\frac{\sqrt{2}}{2}\text{kN},\ V_C=5\frac{\sqrt{2}}{2}\text{kN}.$$

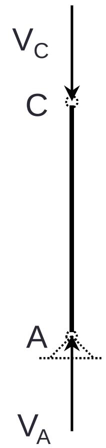
Telo AC

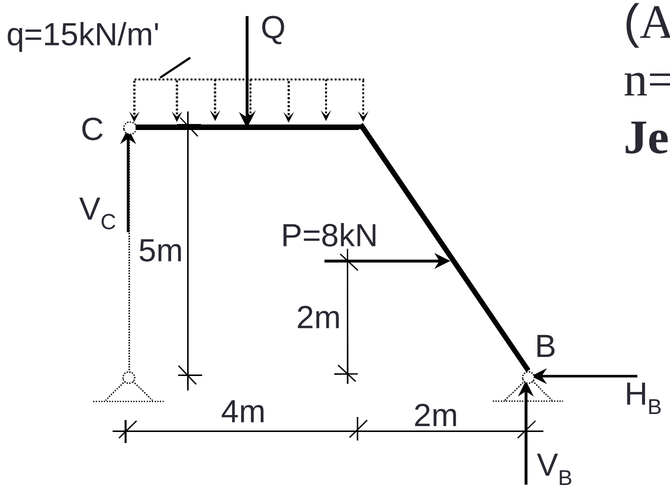


$$\left.\begin{array}{l}\sum X=0\Rightarrow\\ \sum Y=0\Rightarrow\\ \sum M_B=0\Rightarrow\end{array}\right\} H_B=5\frac{\sqrt{2}}{2}\text{kN},\ V_A=46.237\text{kN},\ V_B=53.288\text{kN}.$$

Odrediti reakcije vaza datog luka na tri zgloba.







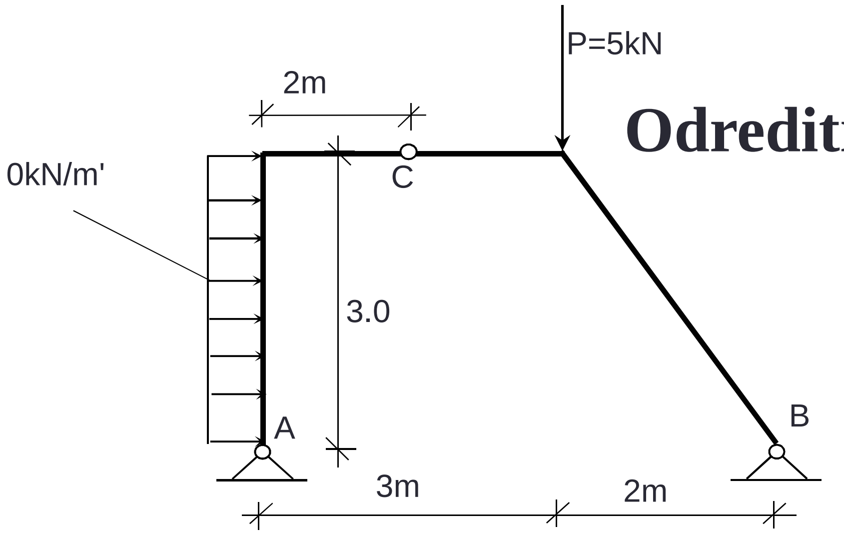
(A2)$\Rightarrow$ $V_A = V_C$

n=3, (V_C, V_B, H_B), r=3, n= r $\Rightarrow$ sistem je statički određen.

Jednačine ravnoteže tela CB:

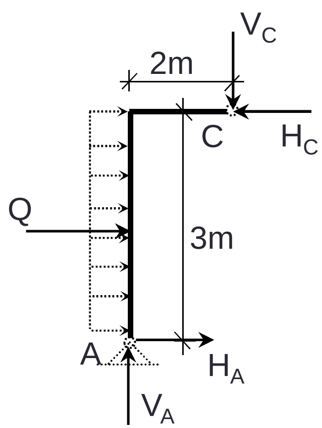
$$\left.\begin{aligned} \sum X = 0 \Rightarrow \\ \sum Y = 0 \Rightarrow \\ \sum M_B = 0 \Rightarrow \end{aligned}\right\} \quad H_B = 0,\ V_C = 37.33\text{kN},\ V_B = 22.67\text{kN}.$$

Odrediti reakcije vaza datog luka na tri zgloba.

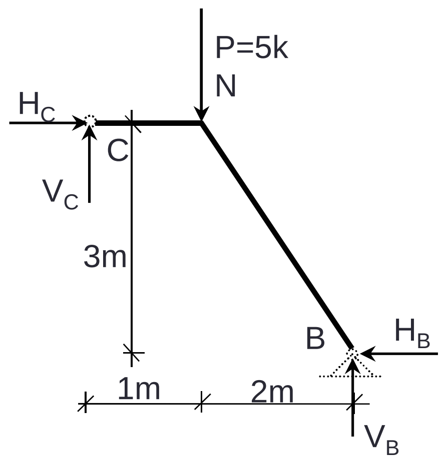


Prvi postupak – zasebna tela:

n=6, (V_A, H_A, V_C, H_C,V_B, H_B), r=3·2=6, n= r $\Rightarrow$ sistem je statički određen.



$$\sum X = 0 \Rightarrow$$
$$\sum Y = 0 \Rightarrow$$
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow$$



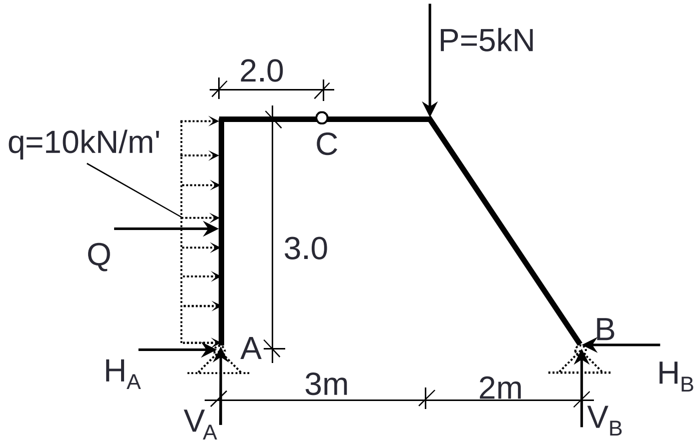
$$\sum X = 0 \Rightarrow$$
$$\sum Y = 0 \Rightarrow$$
$$\sum M_B = 0 \Rightarrow$$

V_A=–7kN, H_A= – 19.667kN, V_C= – 7kN, H_C =10.33kN,V_B =12kN, H_B =10.33kN

Drugi postupak – sistem i telo AC:

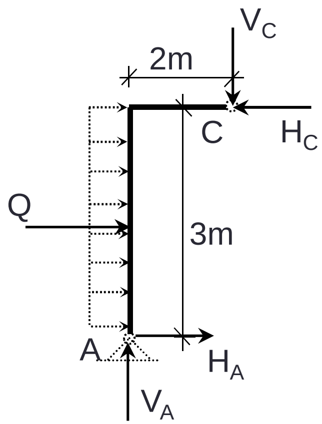
$n=6$, $(V_A, H_A, V_B, H_B, V_C, H_C)$, $r=3t=3\cdot 2=6$, $n=r \Rightarrow$ sistem je statički određen.

Sistem



$$\sum X = 0 \Rightarrow$$
$$\sum Y = 0 \Rightarrow$$
$$\sum M_B = 0 \Rightarrow$$

Telo AC



$$\sum X = 0 \Rightarrow$$
$$\sum Y = 0 \Rightarrow$$
$$\sum M_C = 0 \Rightarrow$$

$V_A=-7kN$, $H_A=-19.667kN$, $V_C=-7kN$, $H_C=10.33kN$, $V_B=12kN$, $H_B=10.33kN$

Najvažnije u ovom poglavlju

- **Kako se određuje rezultanta i položaj rezultante linijskog kontinualnog opterećenja**
- **Koji su prosti a koji složeni linijski nosači**
- **Kako se određuju reakcije kod prostih linijskih nosača**
- **Kako se određuju reakcije spoljašnjih i unutrašnjih veza kod sistema kao što je Gerberov nosač, okvir na tri zgloba, kao i kod statički određenih sistema sa većim brojem tela**