TEHNIČKA MEHANIKA I

9. PREDAVANJE

SILE U PRESEKU GREDNOG NOSAČA

Str 267-290 knjiga   Poglavlje 12 – Unutrašnje sile

ŠTA ĆEMO NAUČITI U OVOM POGLAVLJU?

- **Određivanje unutrašnjih sila u presecima elemenata konstrukcije**
- **Dijagrami momenta, normalne i transverzalne sile linijskih nosača u ravni**

Str 267-290 knjiga   Poglavlje 12 – Unutrašnje sile

Projektovanje i analiza bilo kog konstruktivnog elementa zahteva poznavanje unutrašnjih sila koje se javljaju u njemu kao posledica delovanja spoljašnjeg opterećenja, ne samo kad je on deo konstrukcije, već i u toku izgradnje, transporta, montaže i eksploatacije.

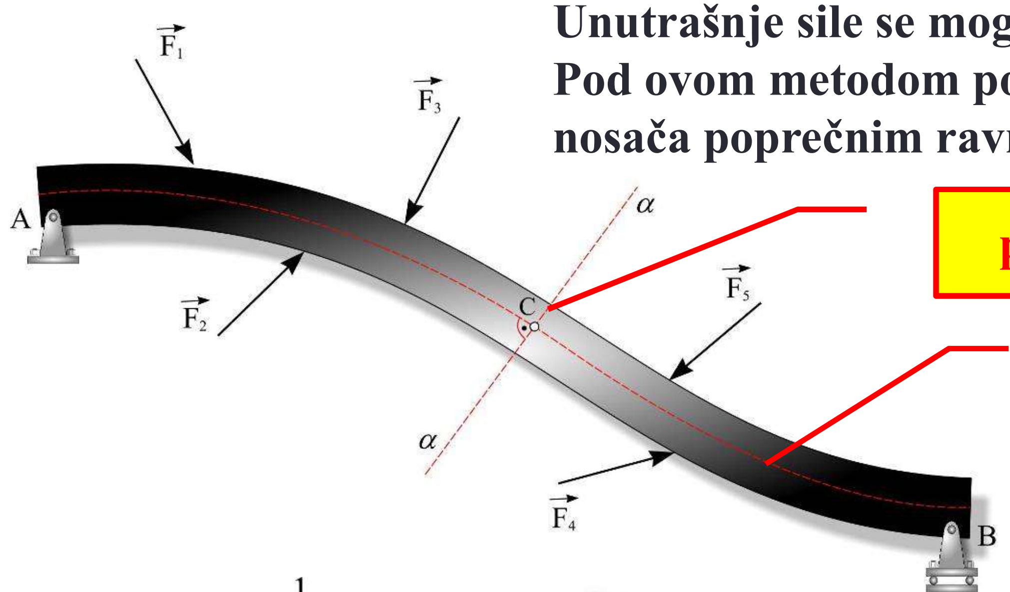
Da bi se pravilno izabrale dimenzije nosača, odnosno da bi nosači mogli da izdrže predviđena opterećenja, a deformacije koje su posledica tog opterećenja ne pređu preko granice kada bi nosač postao neupotrebljiv, potrebno je poznavati veličinu i prirodu unutrašnjih sila.

DEFINICIJE SILA U PRESEKU

- **Greda ili gredni nosač** je telo kod koga je jedna dimenzija – dužina izraženija u odnosu na druge dve. Gredni nosač je osnovni konstruktivni element u najvećem broju konstruktivnih sistema. Projektovanje bilo kog konstruktivnog elementa podrazumeva određivanje **unutrašnjih sila – sila u presecima** u tom elementu.
- Određivanje unutrašnjih sila je značajno jer se na osnovu njih vrši **dimenzionisanje nosača**.
- Pod **dimenzionisanjem** se podrazumeva određivanje potrebnih dimenzija preseka, da bi nosač sa sigurnošću mogao da nosi opterećenje.

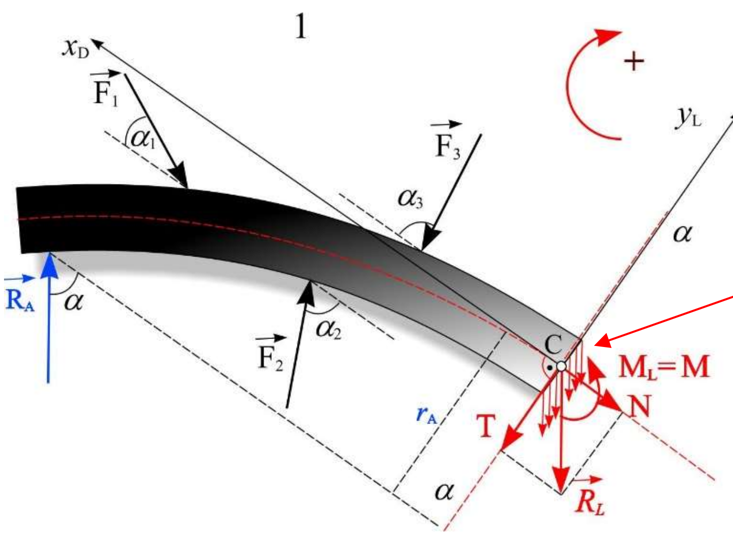
SILE U PRESEKU GREDNOG NOSAČA – METODA PRESEKA

Unutrašnje sile se mogu odrediti primenom metode preseka. Pod ovom metodom podrazumeva se zamišljeno presecanje nosača poprečnim ravnima na izabranom mestu.

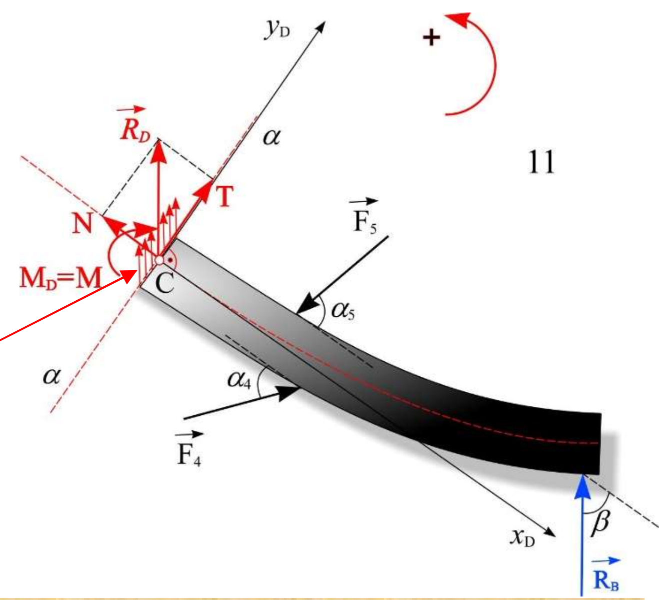


presek α-α je upravan na osu štapa

osa štapa je geometrijsko mesto težišta poprečnih preseka



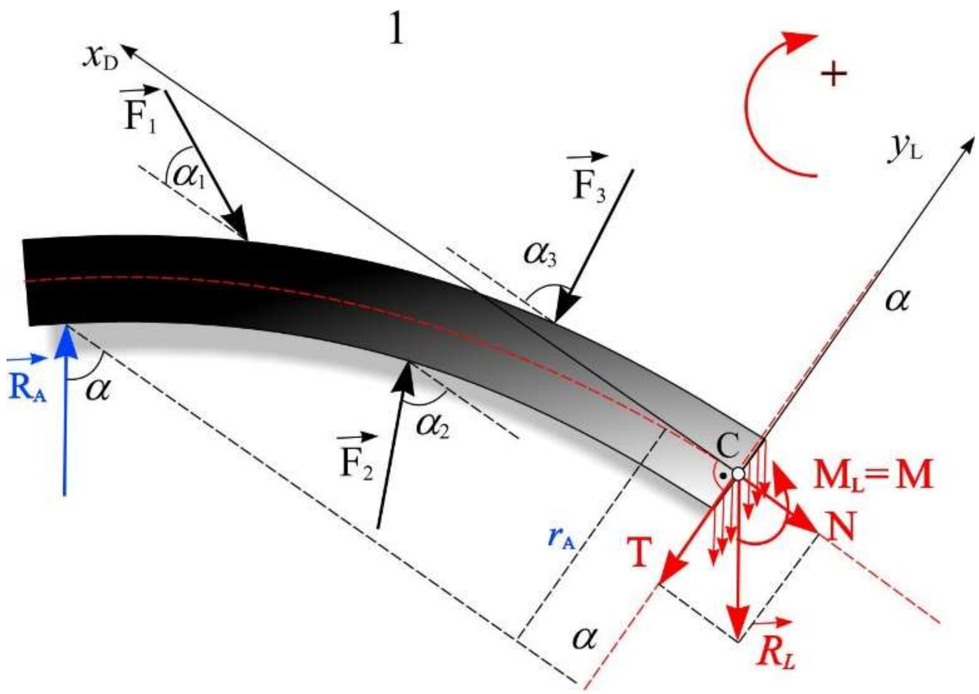
Unutrašnje sile u preseku postaju spoljašnje na osnovu A 5



Ako je gredni nosač u ravnoteži, onda je i svaki njegov izdvojeni deo u ravnoteži.

SILE U PRESEKU GREDNOG NOSAČA

Ako se zamisli da je deo CB grede uklonjen, na mestu preseka će se pojaviti uticaj izdvojenog dela CB na deo AC u vidu unutrašnjih sila.
Kako je gredni nosač opterećen ravanskim sistemom sila, unutrašnje sile u poprečnom preseku predstavljaju proizvoljni sistem sila u istoj ravni.



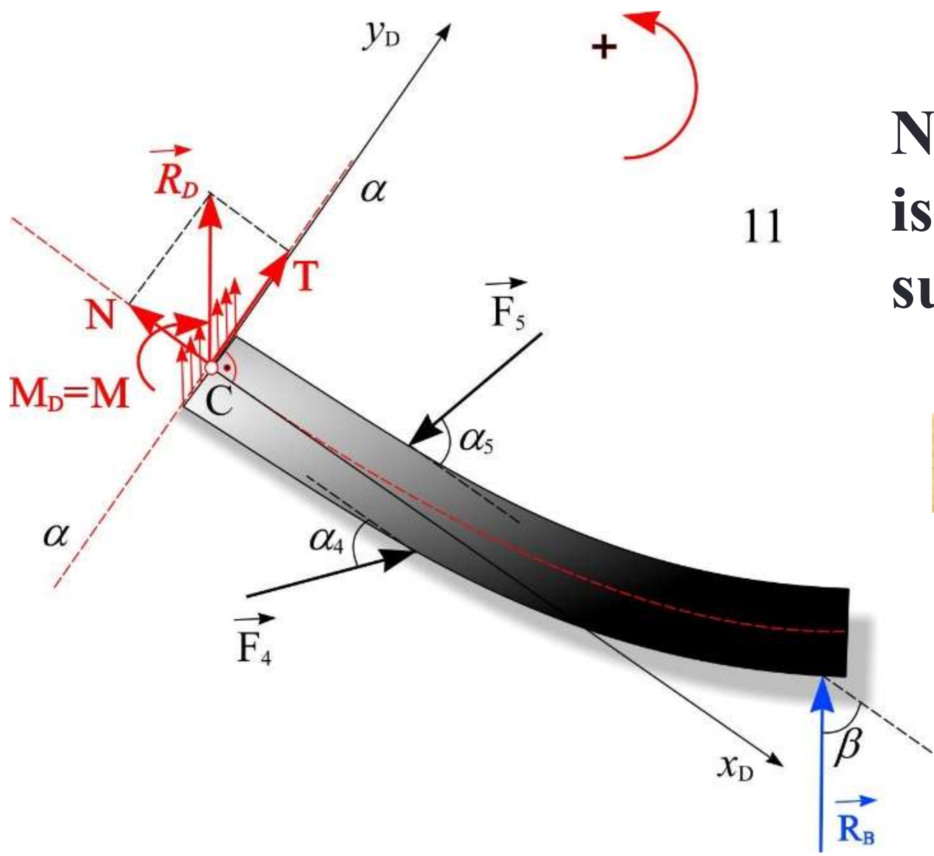
Ako se unutrašnje sile redukuju u težište poprečnog preseka, tačku C, dobija se:

- **redukciona rezultanta – glavni vektor** $\vec{R}_L$
- **redukcioni spreg sila – glavni moment** M_L

SILE U PRESEKU GREDNOG NOSAČA

Takođe, deo AC deluje na deo CB unutrašnjim silama, koje se redukcijom svode na

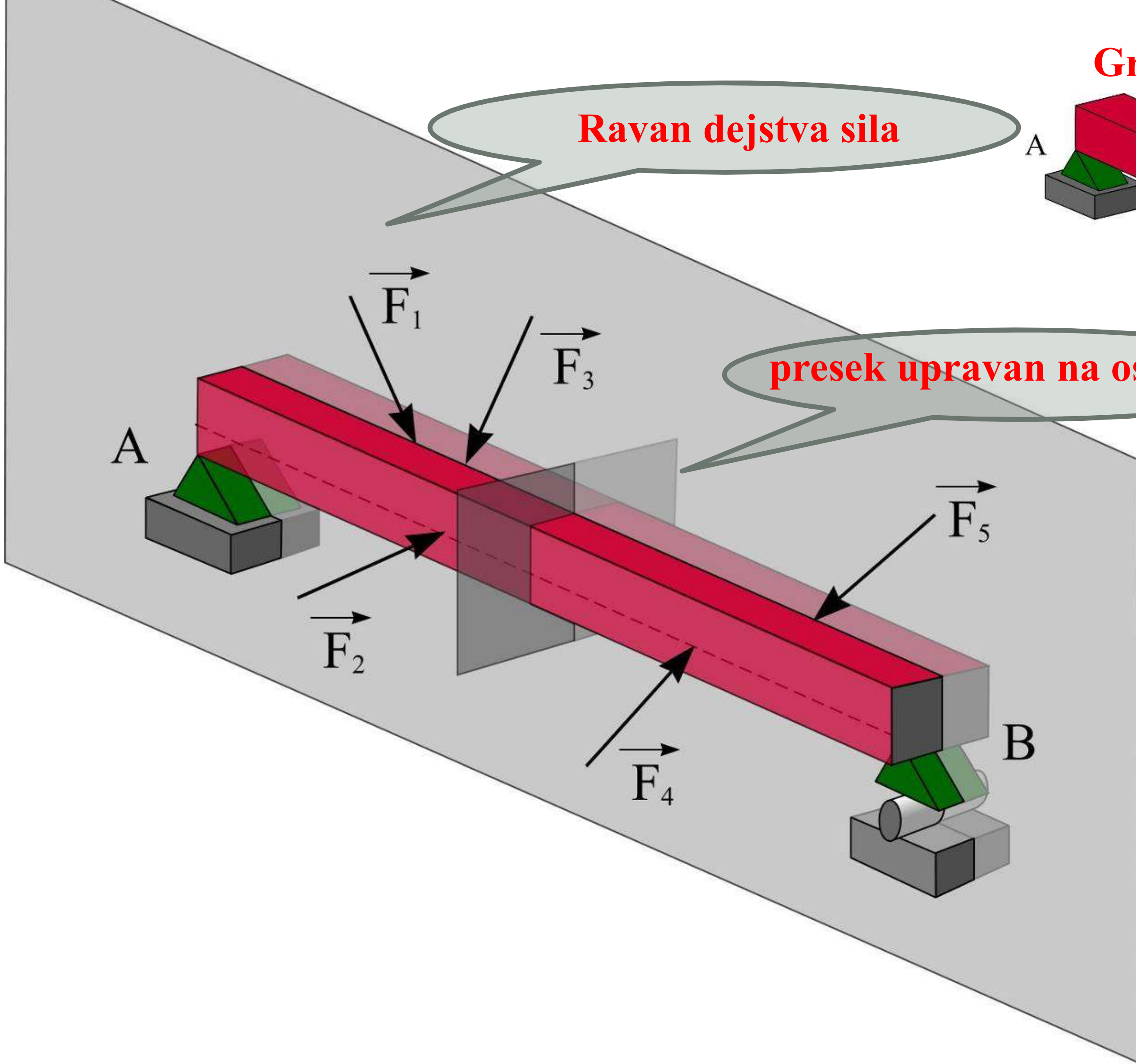
$$\vec{R}_D \quad \text{i} \quad M_D$$



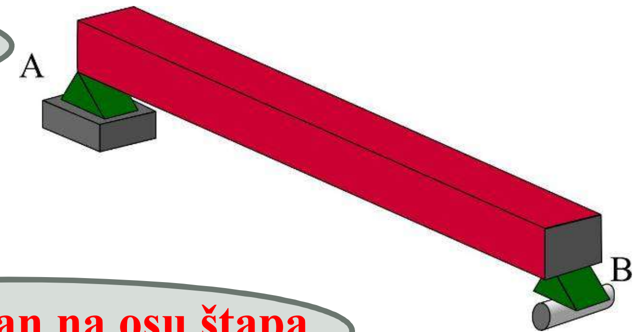
Na osnovu šeste aksiome oni su istog pravca i intenziteta, a suprotnog smera:

$$\vec{R}_D = -\vec{R}_L, \quad R_L = R_D, \quad M_L = M_D$$

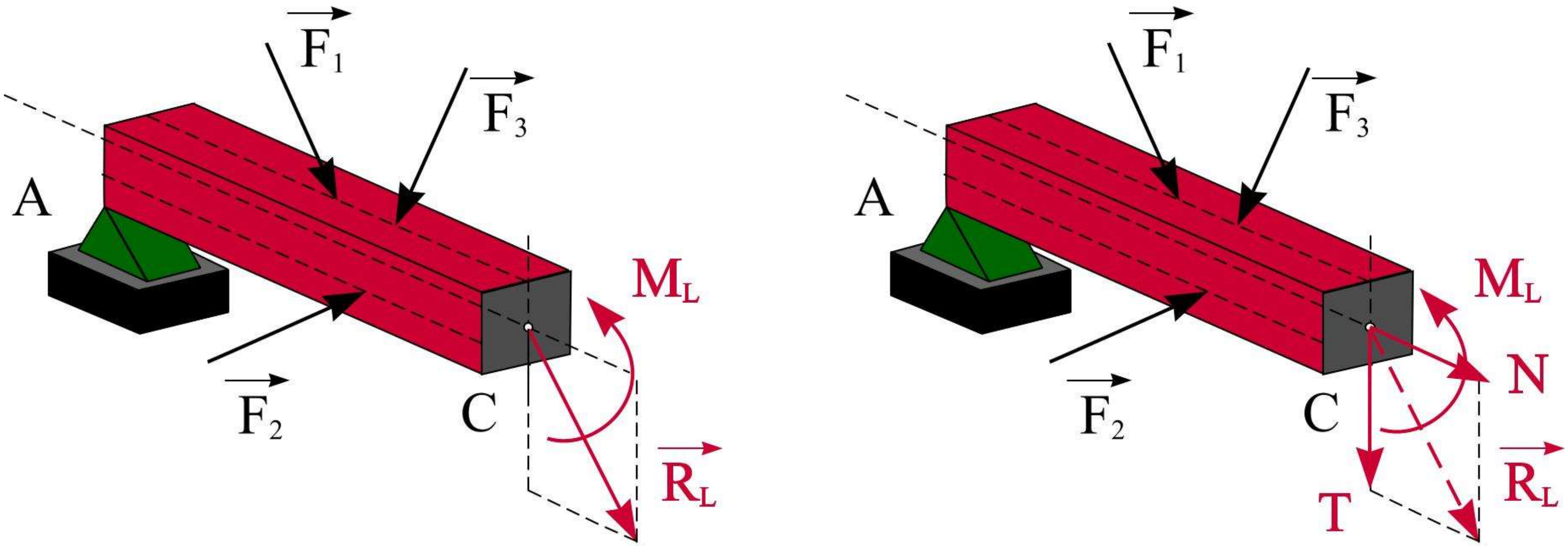
SILE U PRESEKU GREDNOG NOSAČA



Gredni nosač – prosta greda



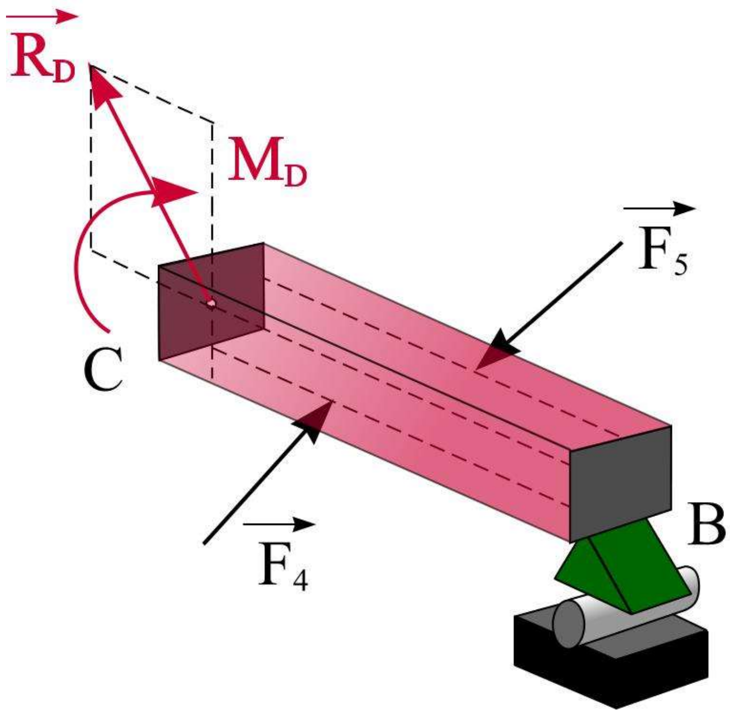
RAVNOTEŽA LEVOG DELA NOSAČA

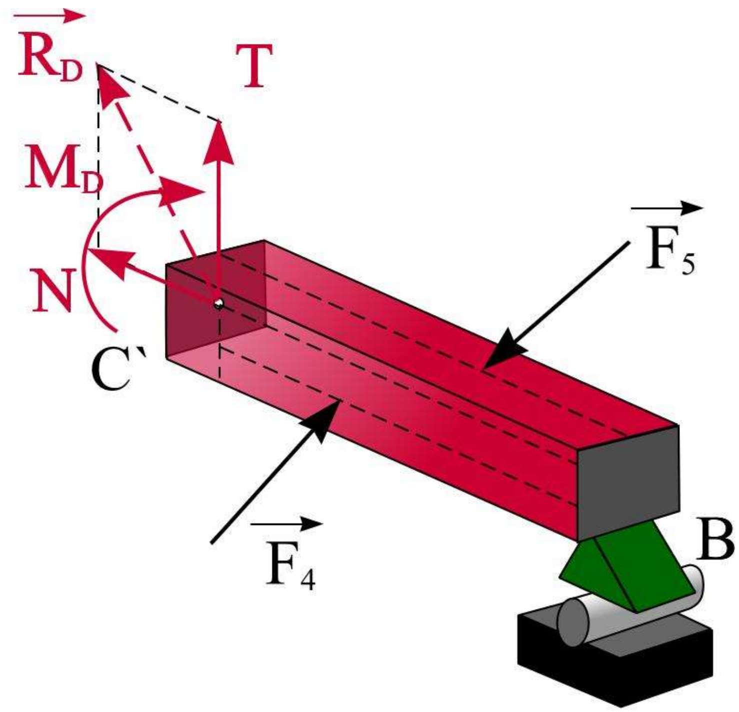


Odbacujemo desni deo nosača i njegovo dejstvo - uticaj na levi deo, zamenjujemo redukcionom rezultantom i redukcionim spregom sila:

$$\vec{R}_L \qquad M_L$$

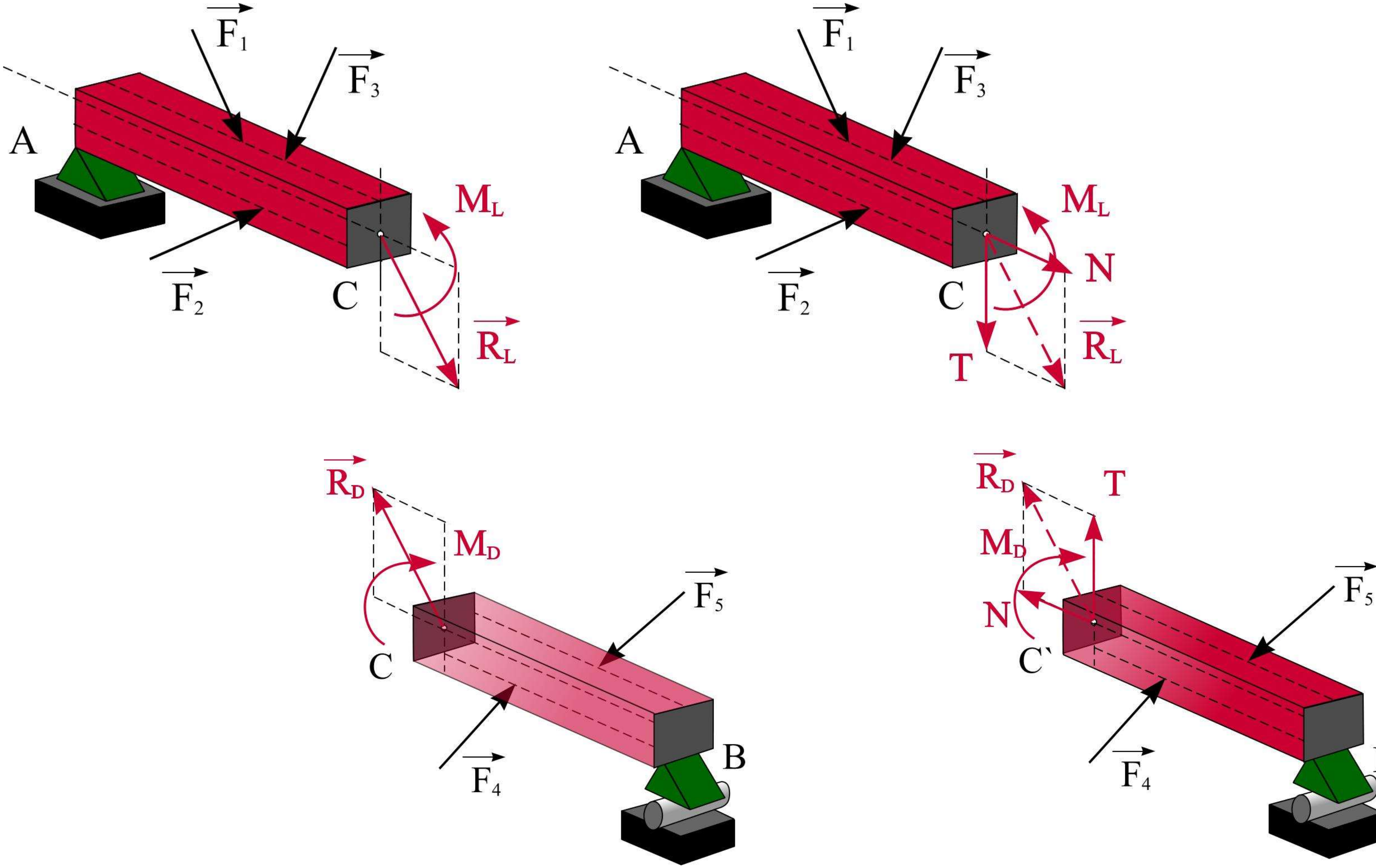
RAVNOTEŽA DESNOG DELA NOSAČA





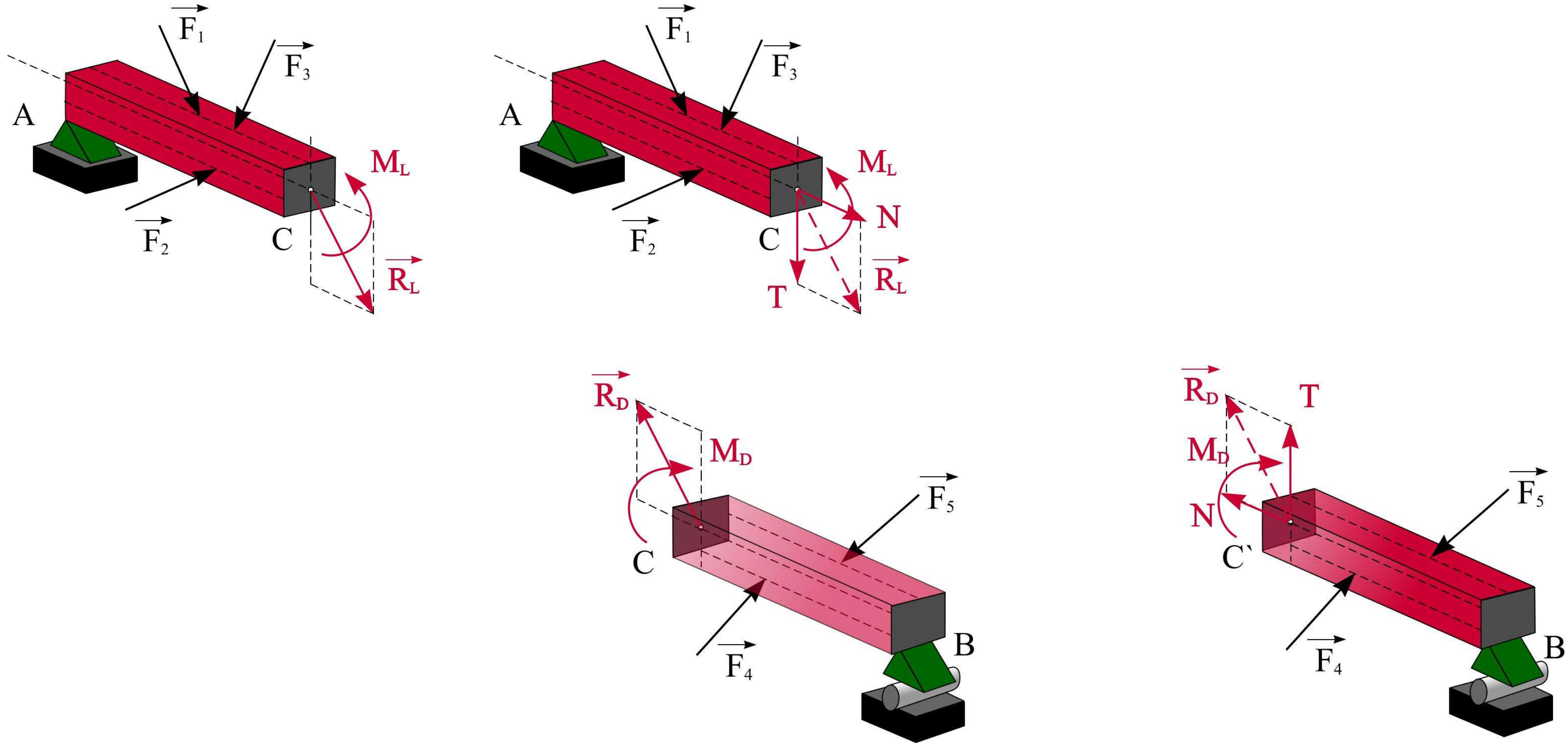
Odbacujemo levi deo nosača i njegovo dejstvo - uticaj na desni deo, zamenjujemo redukcionom rezultantom i redukcionim spregom sila:

$$\vec{R}_D \qquad M_D$$



$$\vec{R}_D = -\vec{R}_L, \quad R_D = R_L, \quad M_D = M_L = M$$

DEFINICIJE SILA U PRESECIMA



Redukciona rezultanta se može razložiti u dve komponente:

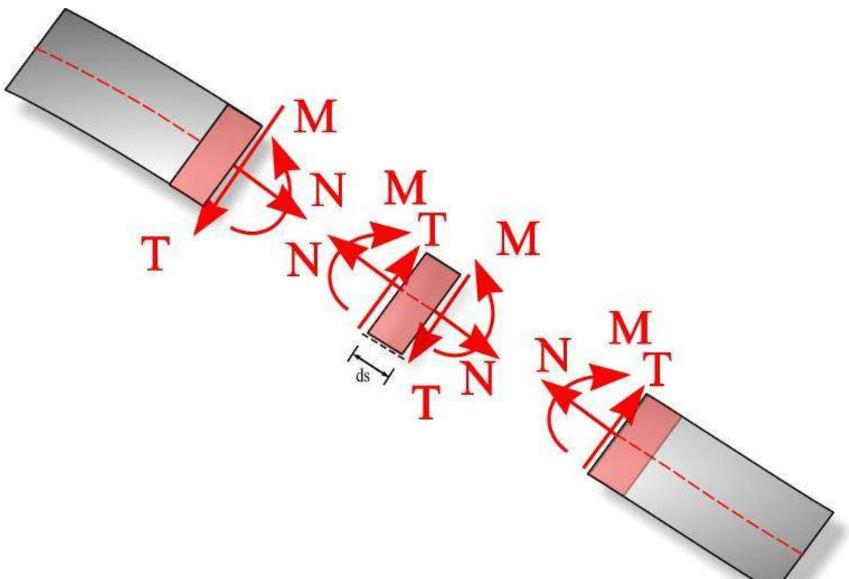
– u pravcu ose štapa – normale na presek (N);

– u pravcu upravnom na normalu preseka - osu štapa (T).

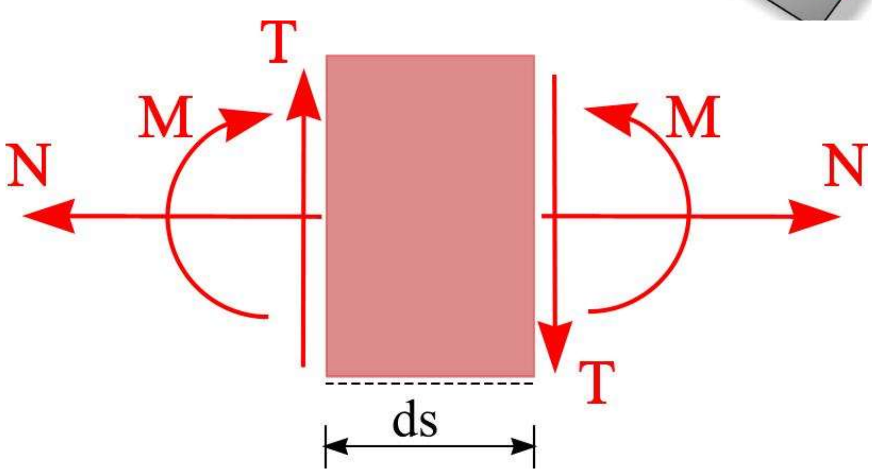
DEFINICIJE SILA U PRESECIMA

- **Komponenta redukcione rezultante N, koja je u pravcu normale preseka naziva se normalna ili aksijalna sila.**
- **Komponenta redukcione rezultante T, koja je u pravcu upravnom na normalu je transverzalna ili poprečna sila.**
- **Moment redukcionog sprega M je moment unutrašnjih sila u odnosu na težište preseka i naziva se napadni moment ili moment savijanja.**

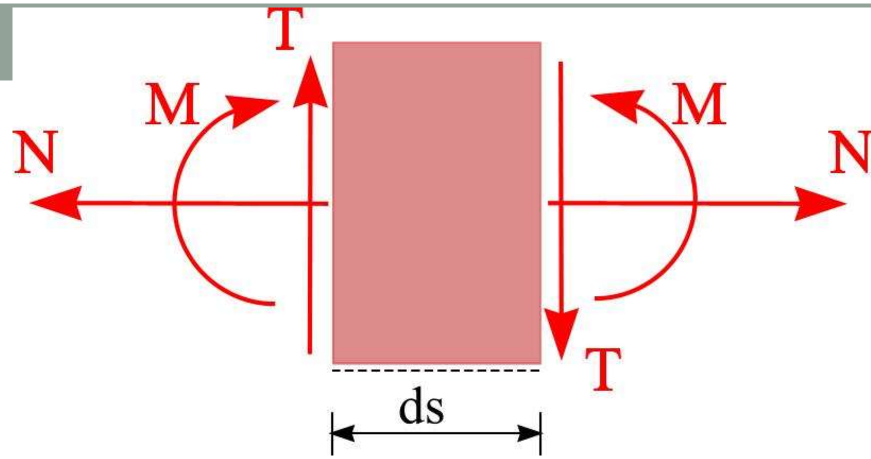
KONVENCIJA O ZNAKU SILA U PRESECIMA



U praktičnim problemima treba zbog jednostavnijeg proračuna usvojiti jednu stranu nosača za donju stranu i označiti je isprekidanom linijom. Kod vertikalnih elemenata (stubova) to je leva ili desna strana.



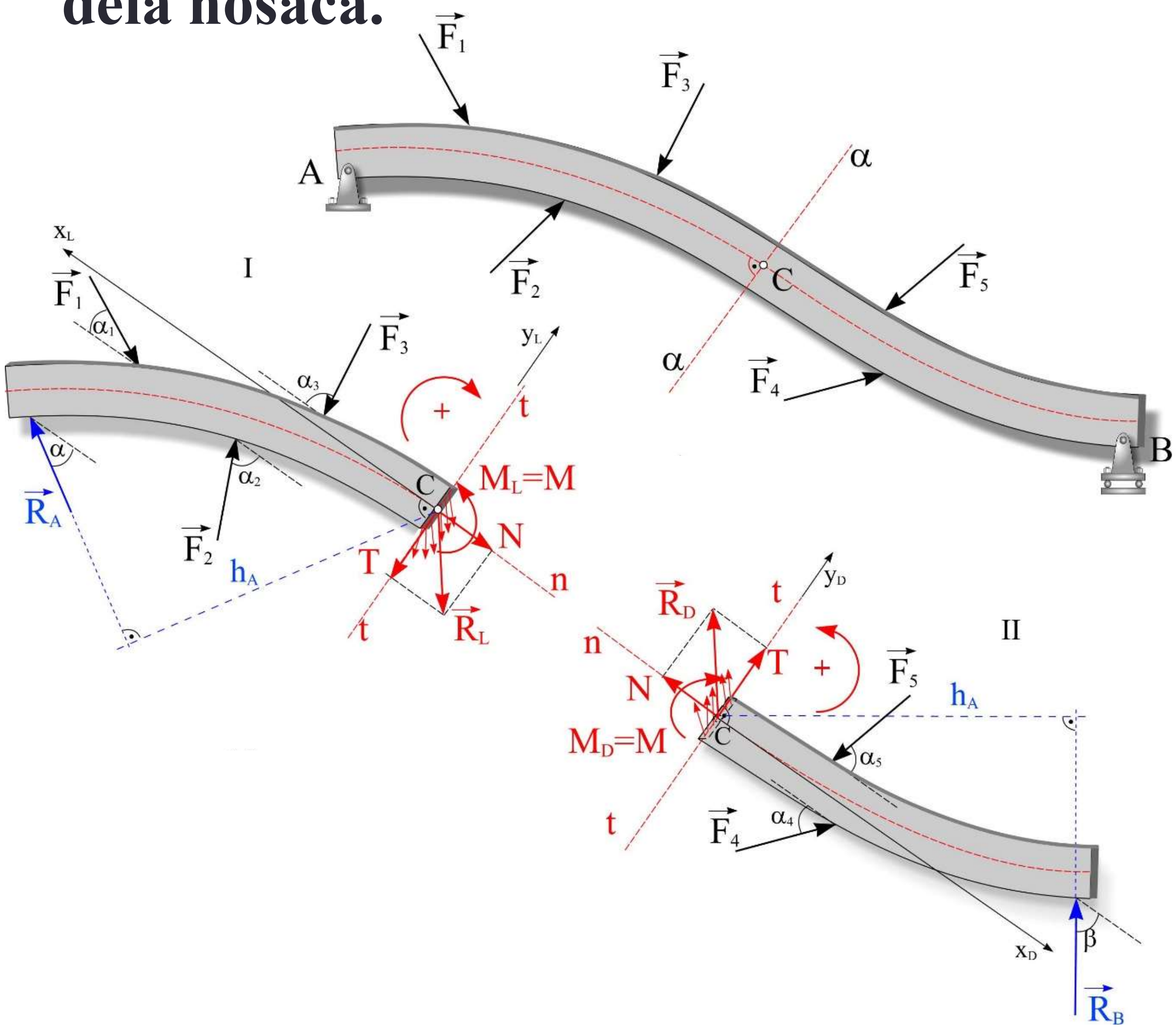
Iz nosača se izdvoji element beskonačno male dužine, čije su stranice normalne na osu nosača. Uticaj uklonjenih delova nosača se nadoknadi unutrašnjim silama, koje se smatraju pozitivnim ako su usmerene kao na slici.



- **Normalna sila** je pozitivna ako je usmerena od preseka, posmatrano bilo s leve, bilo s desne strane, tj. ako zateže element štapa, a negativna ako ga pritiska;
- **Transverzalna sila** je pozitivna ako nastoji da obrne element grede u smeru kretanja kazaljke na satu, tj. ako posmatrano s leve strane ima smer na gore, a posmatrano s desne strane ima smer na dole;
- **Moment savijanja** je pozitivan ako posmatrano s leve strane preseka ima smer kretanja kazaljke na satu, odnosno posmatrano s desne strane ima smer suprotan smeru kretanja kazaljke na satu, tj. ako zateže donju stranu nosača.

PRORAČUN SILA U PRESECIMA

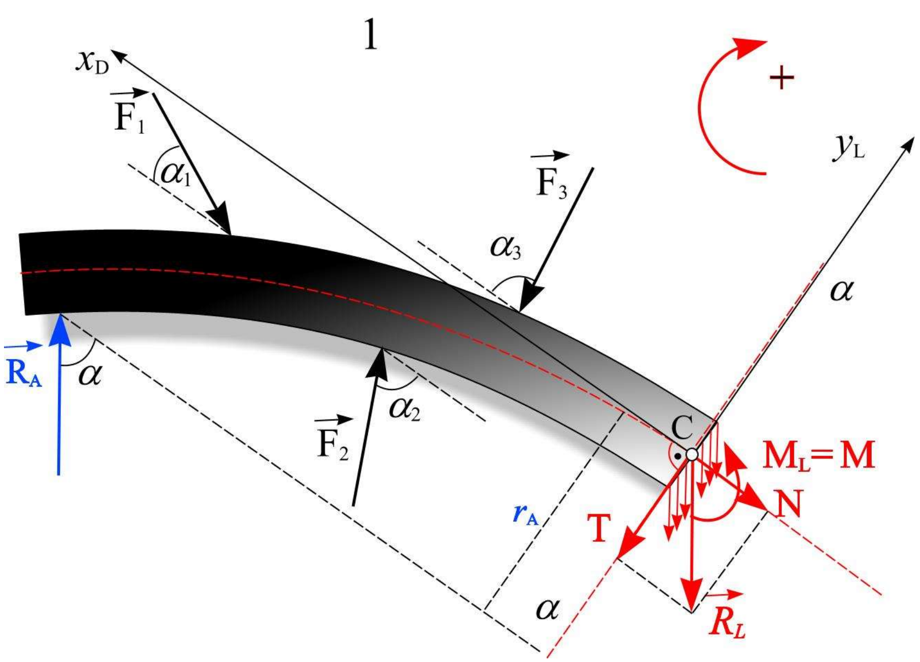
Vrednosti momenta savijanja, transverzalne i normalne sile u preseku nosača određuju se iz uslova ravnoteže odsečenog dela nosača.



- Napadne linije sila koje deluju na nosač su u ravni nosača i seku osu nosača (prolaze kroz težišta poprečnih preseka štapa).
- Reakcije veza u A i B su u istoj ravni i određene su na osnovu jednačina ravnoteže tela.

PRORAČUN SILA U PRESECIMA

RAVNOTEŽA LEVOG DELA ŠTAPA



Algebarski zbir projekcija svih spoljašnjih sila i reakcija veza, koje deluju na deo I, na ose x_L i y_L, je:

$$\sum X_L = -F_1 \cos\alpha_1 + F_2 \cos\alpha_2 - F_3 \cos\alpha_3 + R_A \cos\alpha,$$

$$\sum Y_L = -F_1 \sin\alpha_1 + F_2 \sin\alpha_2 - F_3 \sin\alpha_3 + R_A \sin\alpha,$$

algebarski zbir momenata svih spoljašnjih sila koje deluju na deo I, u odnosu na tačku C je:

$$\sum M_{C,L} = -F_1 \cdot r_1 + F_2 \cdot r_2 - F_3 \cdot r_3 + R_A \cdot r_A$$

normalna rastojanja između sila i momentne tačke C

Jednačine ravnoteže levog dela glase:

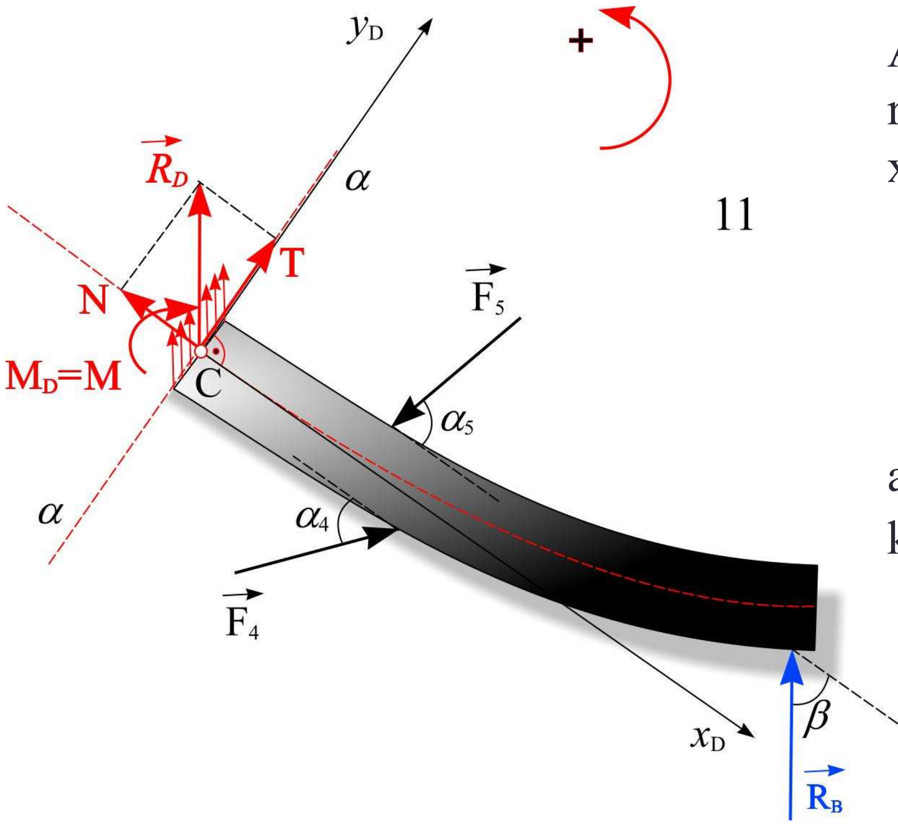
$$\sum X = 0 \;\rightarrow\; \sum X_L - N = 0$$

$$\sum Y = 0 \;\rightarrow\; \sum Y_L - T = 0$$

$$\sum M = 0 \;\rightarrow\; \sum M_L - M = 0$$

$$N = \sum X_L,\quad T = \sum Y_L,\quad M = \sum M_{C,L}.$$

RAVNOTEŽA DESNOG DELA ŠTAPA



Algebarski zbir projekcija svih spoljašnjih sila i reakcija veza, koje deluju na ovaj deo, na ose x_D i y_D, je:

$$\sum X_D = F_4 \cos\alpha_4 - F_5 \cos\alpha_5 - R_B \cos\beta,$$
$$\sum Y_D = F_4 \sin\alpha_4 - F_5 \sin\alpha_5 + R_B \sin\beta,$$

algebarski zbir momenata svih spoljašnjih sila, koje deluju na deo II, u odnosu na tačku C je:

$$\sum M_{C,D} = F_4 \cdot r_4 - F_5 \cdot r_5 + R_B \cdot r_B$$

Jednačine ravnoteže desnog dela glase:

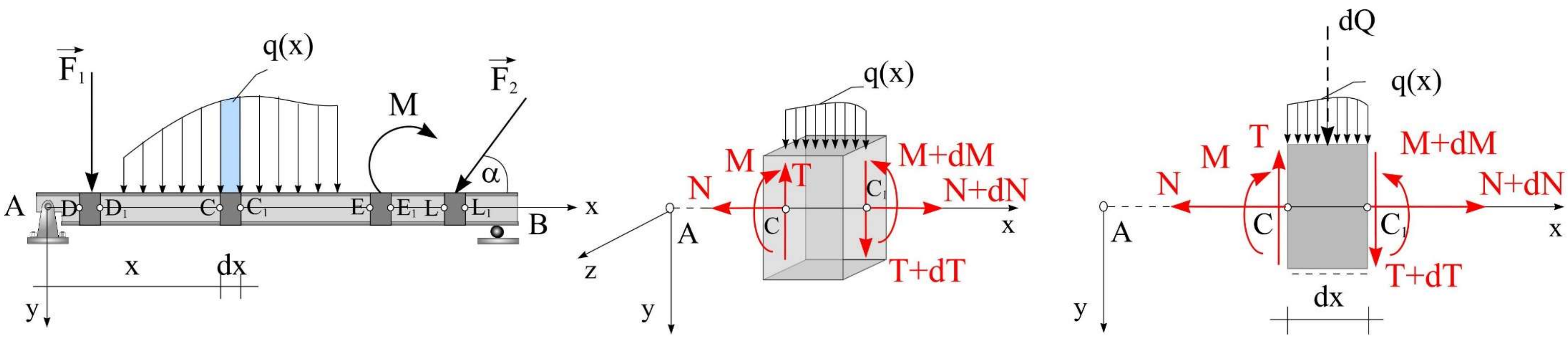
$$\sum X = 0 \;\rightarrow\; \sum X_D - N = 0$$
$$\sum Y = 0 \;\rightarrow\; \sum Y_D - T = 0$$
$$\sum M = 0 \;\rightarrow\; \sum M_{C,D} - M = 0$$

$$N = \sum X_D,$$
$$T = \sum Y_D,$$
$$M = \sum M_{C,D}.$$

$$N = \sum X_L = \sum X_D,$$
$$T = \sum Y_L = \sum Y_D,$$
$$M = \sum M_{C,L} = \sum M_{C,D}.$$

- **Normalna ili aksijalna sila N** u proizvoljnom preseku ravanskog nosača jednaka je algebarskom zbiru projekcija svih sila na osu normalnu na presek bilo s leve, bilo s desne strane preseka.
- **Transverzalna ili poprečna sila T** u proizvoljnom preseku ravanskog nosača jednaka je algebarskom zbiru projekcija svih sila s jedne ili druge strane preseka na osu upravnu na normalu preseka.
- **Moment savijanja M** u proizvoljnom preseku ravanskog nosača jednak je algebarskom zbiru momenata svih sila s jedne ili druge strane preseka u odnosu na težište poprečnog preseka.

VEZA MOMENTA SAVIJANJA, TRANSVERZALNE SILE I RASPODELJENOG LINIJSKOG OPTEREĆENJA



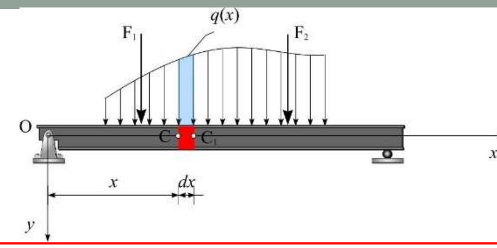
Ako se nosač preseče ravnima upravnim na osu x, koje su na međusobnom rastojanju dx, dobijaju se tri elementa grede – deo AC, deo CC_1 i deo C_1B.

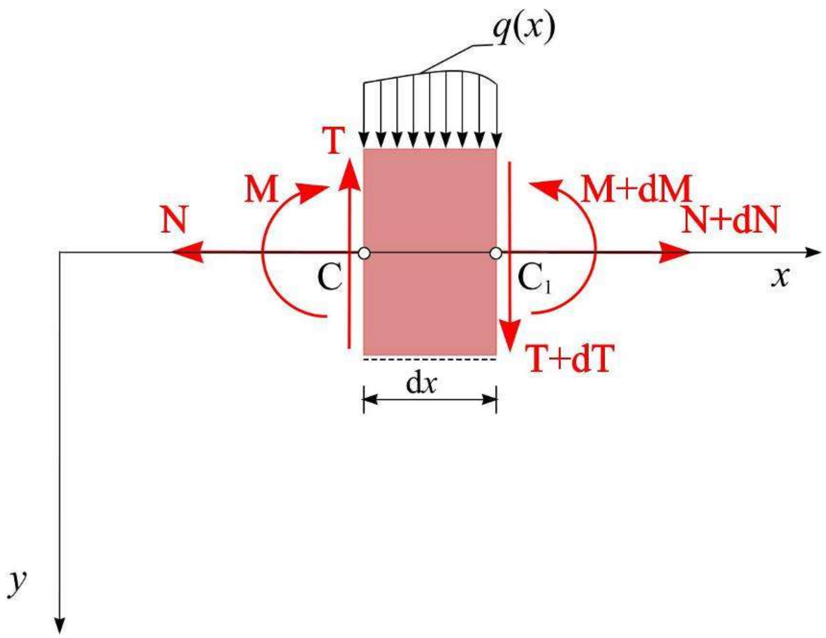
Na element grede male dužine dx deluje samo specifično linijsko opterećenje q(x). Kako je dužina grede mala, može se smatrati da je linijsko opterećenje konstantno na dužini dx. Tada je rezultanta raspodeljenog opterećenja jednaka površini površi opterećenja, tj. površini pravougaonika:

$$dQ = q(x)\,dx$$

i deluje na sredini dužine dx. Na element grede deluju sa obe strane unutrašnje sile – transverzalna sila i moment savijanja. Pretpostavljeno je da su pozitivnog smera prema konvenciji o znaku sila u presecima.

VEZA MOMENTA SAVIJANJA, TRANSVERZALNE SILE I q(x)





Veličine sila u presecima levo i desno razlikuju se za male vrednosti dN, dT, tj. dM, s obzirom da je veličina rezultante dQ raspodeljenog opterećenja mala.

Ako je nosač u ravnoteži, onda i svaki njegov izdvojeni deo mora biti u ravnoteži. Uslovi ravnoteže elementa grede su uslovi ravnoteže proizvoljnog sistema sila u ravni, za momentnu tačku se bira tačka C_1 (težište desnog preseka):

Uslovi ravnoteže elementa grede glase:

$$\sum X = 0 \rightarrow \cancel{N} + dN - \cancel{N} = 0, \qquad \boxed{dN = 0}$$

$$\sum Y = 0 \rightarrow \cancel{T} + dT - \cancel{T} + q(x)dx = 0, \qquad \boxed{dT = -q(x)dx}$$

$$\sum M_{C_1} = 0 \rightarrow \cancel{M} + dM - \cancel{M} - T \cdot dx + \underbrace{\cancel{q(x)dx\frac{dx}{2}}}_{\text{zanemaruje se}} = 0. \qquad \boxed{dM = T \cdot dx}$$

VEZA MOMENTA SAVIJANJA, TRANSVERZALNE SILE I q(x)

$$q(x) = -\frac{dT}{dx}$$

$$T = \frac{dM}{dx}$$

$$q(x) = -\frac{dT}{dx} = -\frac{d^2M}{dx^2}$$

Za deo nosača na koji deluje linijsko raspodeljeno opterećenje važe diferencijalne veze:

- **Transverzalna sila jednaka je prvom izvodu momenta savijanja;**
- **Kontinualno opterećenje jednako je prvom izvodu transverzalne sile sa znakom minus i drugom izvodu momenta savijanja.**

Na neopterećenom delu pravolinijskog nosača (q=0) transverzalna sila je konstantna, a moment savijanja je funkcija prvog reda.

EKSTREMNE VREDNOSTI MOMENTA SAVIJANJA

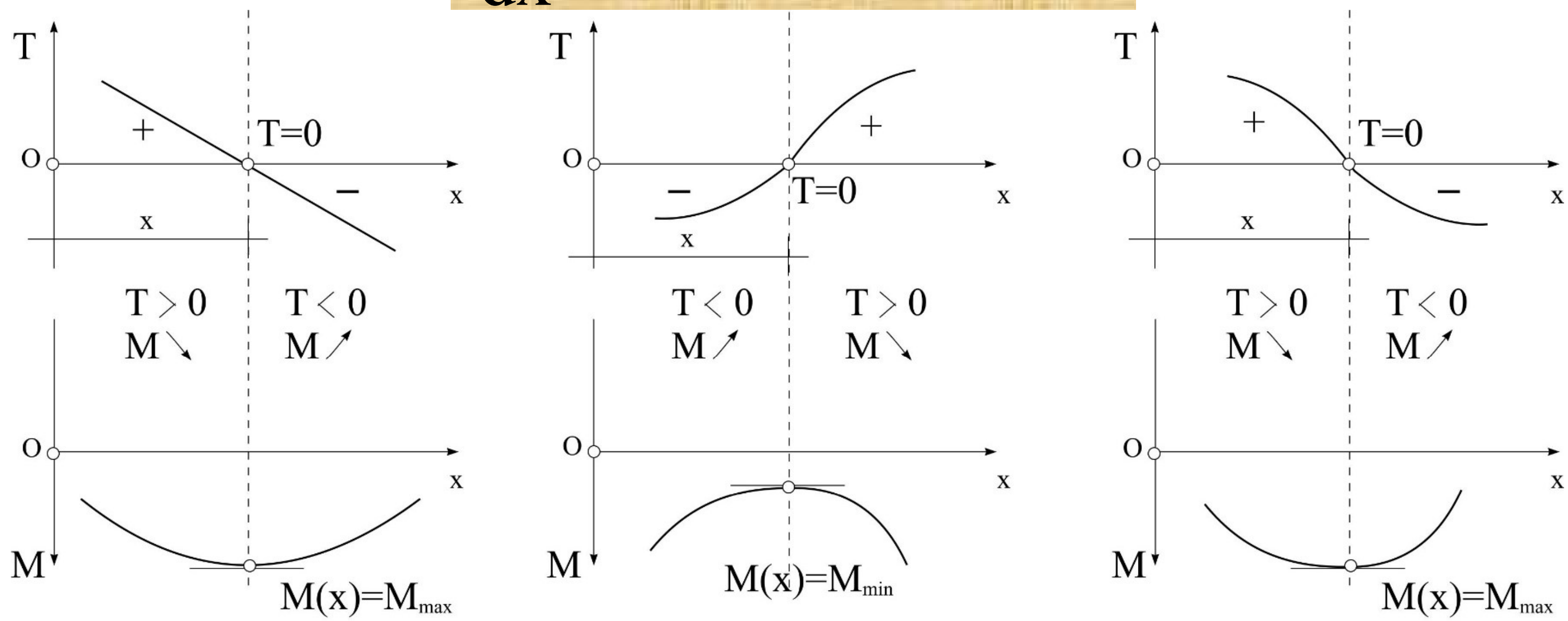
Poznato je da funkcija ima ekstremnu vrednost na mestu gde je njen izvod jednak nuli

$$\frac{dy}{dx} = 0 \rightarrow y_{max}$$

Kako je $$T = \frac{dM}{dx}$$

Sledi da moment savijanja ima ekstremnu vrednost u preseku gde transverzalna sila prolazi kroz nulu

$$\frac{dM}{dx} = 0 \Rightarrow T = 0,\ M_{max}$$



EKSTREMNE VREDNOSTI MOMENTA SAVIJANJA I TRANSVERZALNE SILE

Iz izraza $$q(x) = -\frac{dT}{dx}$$

sledi da transverzalna sila ima ekstremnu vrednost na mestu gde funkcija opterećenja q ima vrednost nula.

Dakle, posledica uslova ekstremuma funkcije i diferencijalnih zavisnosti je:
MOMENT SAVIJANJA IMA EKSTREMNU VREDNOST U PRESEKU U KOME JE TRANSVERZALNA SILA JEDNAKA NULI, A TRANSVERZALNA SILA IMA EKSTREMNU VREDNOST U PRESEKU U KOME FUNKCIJA OPTEREĆENJA q IMA VREDNOST JEDNAKU NULI.

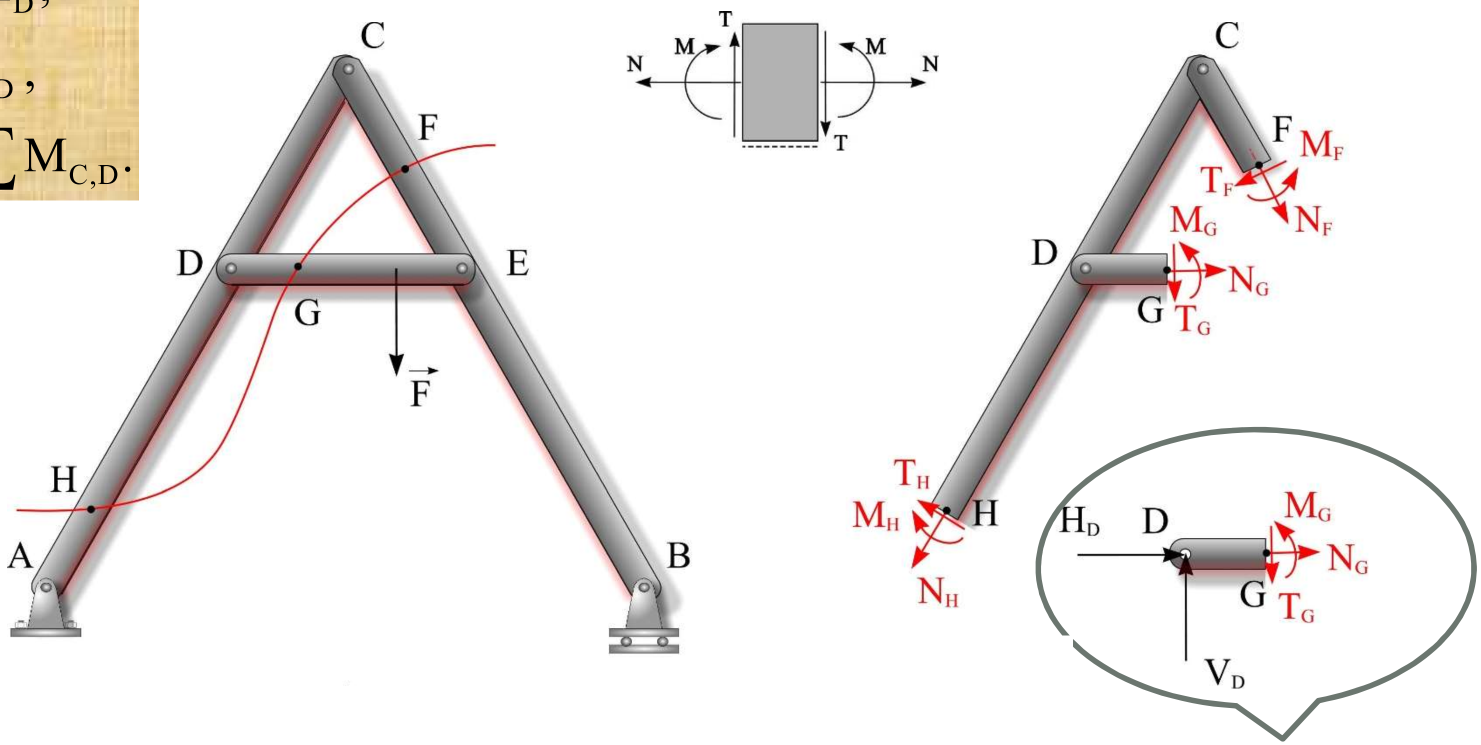
$$q(x) = -\frac{dT}{dx} = -\frac{d^2M}{dx^2}$$

q(x)	T(x)	M(x)
nula	konstantna f-ja	linearna f-ja
konstantna f-ja	linearna f-ja	funkcija II reda
linearna f-ja	funkcija II reda	funkcija III reda

DIJAGRAMI SILA U PRESECIMA

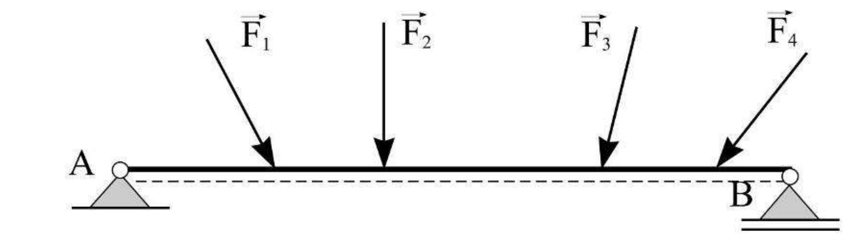
Da bi se odredile sile u presecima potrebno je osloboditi se veza, raščlaniti sistem na tela i odrediti sve reakcije veza. Tada je moguće primeniti metodu preseka u odgovarajućim tačkama i odrediti N, T i M primenom izraza:

$$N = \sum X_L = \sum X_D ,$$
$$T = \sum Y_L = \sum Y_D ,$$
$$M = \sum M_{C,L} = \sum M_{C,D} .$$

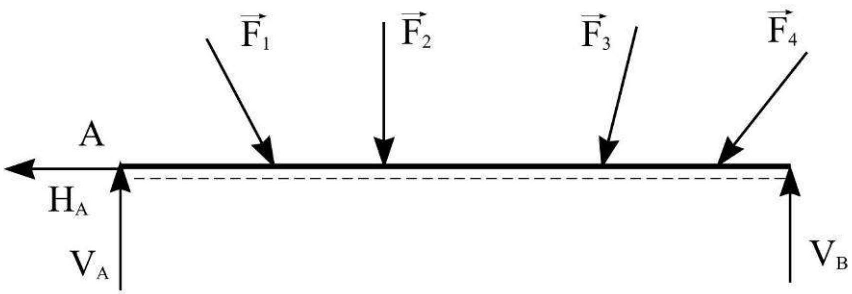


U preseku G unutrašnje sile se određuju posmatrajući deo DG, pod uslovom da su reakcije H_D i V_D već određene.

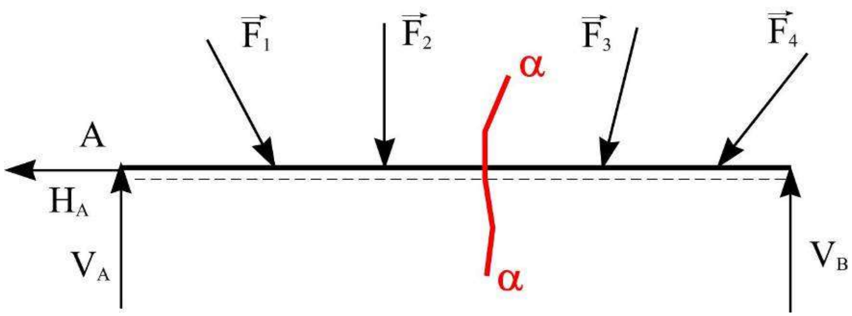
PRORAČUN SILA U PRESECIMA I CRTANJE DIJAGRAMA



Posmatramo nosač opterećen silama F_1, F_2, F_3 i F_4

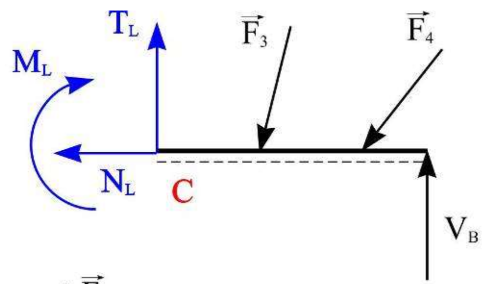


Oslobodimo se veza i dejstvo veza na nosač zamenimo silama V_A, H_A i V_B



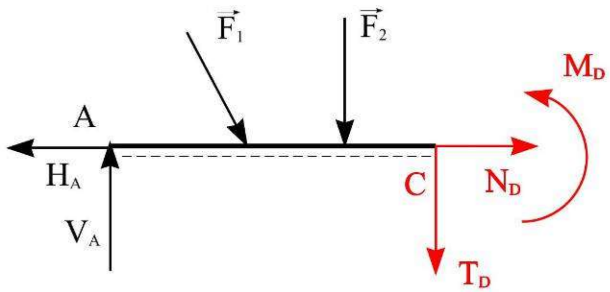
Na karakterističnom mestu nosača napravi se presek $\alpha - \alpha$, tako da se nosač podeli na dva dela.

PRORAČUN SILA U PRESECIMA I CRTANJE DIJAGRAMA



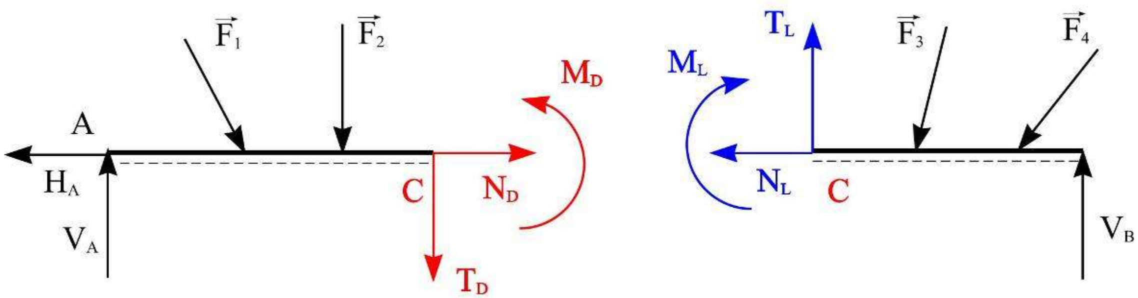
Uticaj levog dela na desni deo nosača dobija se tako što se sve sile odbačenog dela nosača redukuju na presek. Time se dobija:

$$N_L = \sum X_L$$
$$T_L = \sum Y_L$$
$$M_L = \sum M_{C_L}$$

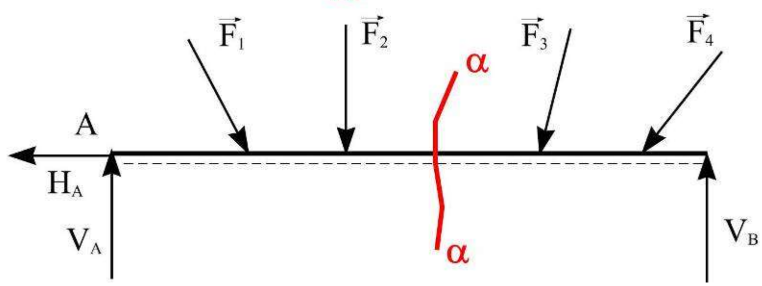


Uticaj desnog dela nosača na levi dobija se tako što se sve sile odbačenog dela nosača redukuju na presek. Time se dobija:

$$N_D = \sum X_D$$
$$T_D = \sum Y_D$$
$$M_D = \sum M_{C_D}$$



Unutrašnje sile preseka se definišu na osnovu spoljašnjih sila odbačenog dela nosača



Spajanjem levog idesnog dela unutrašnje sile se poništavaju. Spoljašnji sistem sila je uravnoteži:

$$\left(\vec{R}_A, \vec{R}_A, \vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4\right) = 0$$

DIJAGRAMI SILA U PRESECIMA

Unutrašnje sile sračunate analitičkim putem mogu se grafički predstaviti u obliku dijagrama momenata savijanja, dijagrama transverzalnih sila i dijagrama normalnih sila.

Postupak određivanja dijagrama M, T i N:

•Odrede se reakcije veza i razlože sve sile na komponente u pravcu ose štapa i u pravcu upravnom na pravac ose štapa;

•Sastave se analitički izrazi, kao zakoni promene momenta savijanja, transverzalne i normalne sile u zavisnosti od apscise preseka, M=M(x), T=T(x) i N=N(x), definišući početak ose x na levom kraju štapa, uzimajući pozitivan smer ose x s leva na desno, a kraj na delu između koncentrisanih sila i/ili koncentrisanih momenata, odnosno na delu na kome nema diskontinuiteta u kontinualnom opterećenju;

DIJAGRAMI SILA U PRESECIMA

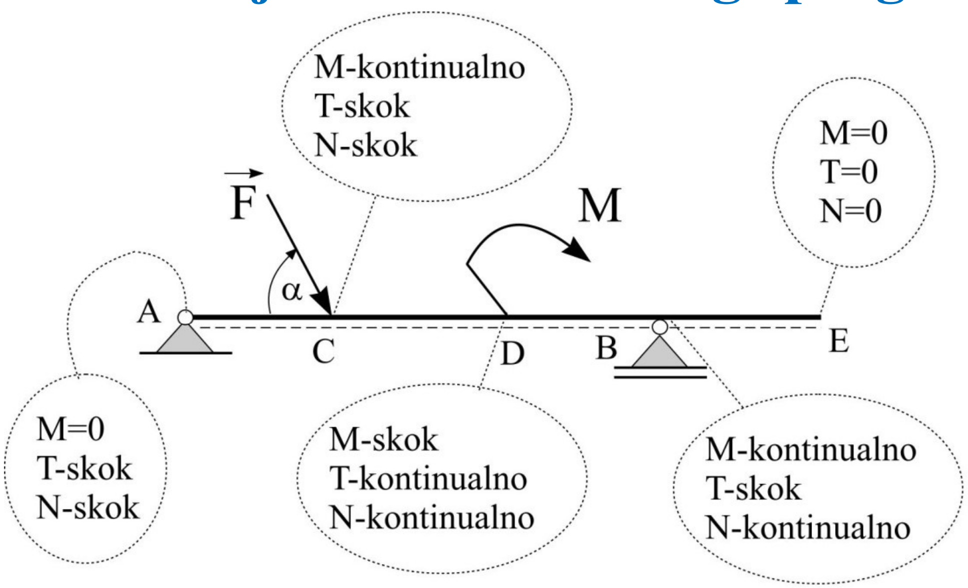
- U karakterističnim presecima (seče se štap upravno na osu) sračunaju se vrednosti M, T i N. Karakterističnim presecima smatraju se preseci u kojima deluje sila, koncentrisani moment, početak i kraj raspodeljenog opterećenja itd, odnosno preseci u kojima se menja zakonitost promene spoljašnjeg opterećenja, kao i preseci u kojima se javljaju ekstremne vrednosti sila u presecima.
- Zatim se u odabranoj razmeri dobijene vrednosti nanesu upravno na osu grede, vodeći računa o znaku (konvencija o pozitivnom znaku). Pozitivne vrednosti momenta savijanja se crtaju na strani zategnutog dela grede, a negativne na strani pritisnutog dela grede, dok se dijagrami aksijalnih i transverzalnih sila crtaju najčešće tako da se pozitivne vrednosti nanose iznad, a negativne ispod ose nosača;
- Nanesene ordinate, koje predstavljaju vrednosti M, T i N u karakterističnim presecima, linijski se povežu, imajući u vidu M=M(x), T=T(x) i N=N(x). Dobijeni grafici se nazivaju dijagrami momenata, transverzalnih i normalnih sila. Zbog bolje preglednosti je dobro da se dijagrami crtaju ispod štapa.

DIJAGRAMI SILA U PRESECIMA

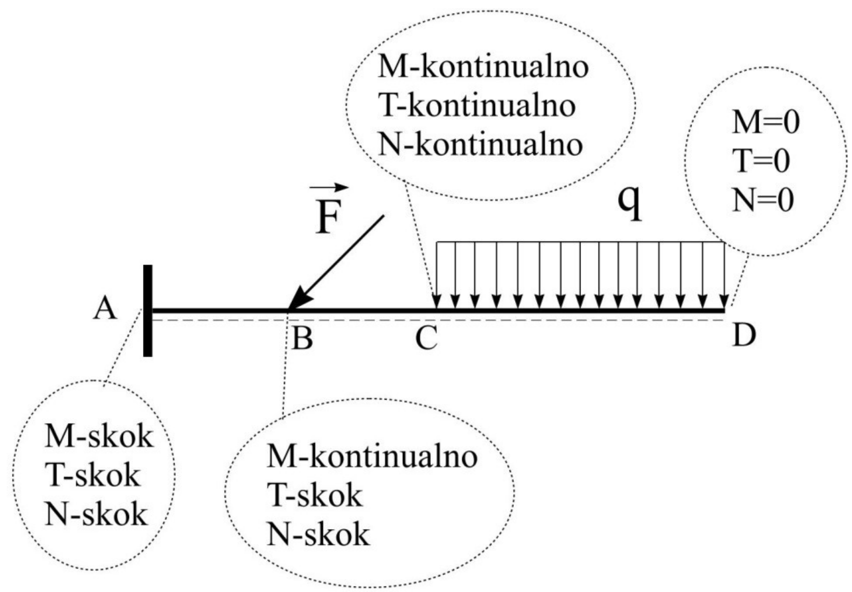
Pri crtanju dijagrama sila u presecima potrebno je pored svega navedenog, imati u vidu i sledeće:

.U dijagramu transverzalnih sila postoji skok u preseku u kome deluje koncentrisana sila;

.U dijagramu momenata savijanja postoji skok na mestu delovanja koncentrisanog sprega.



Polja opterećenja su AC, CD, DB i BE

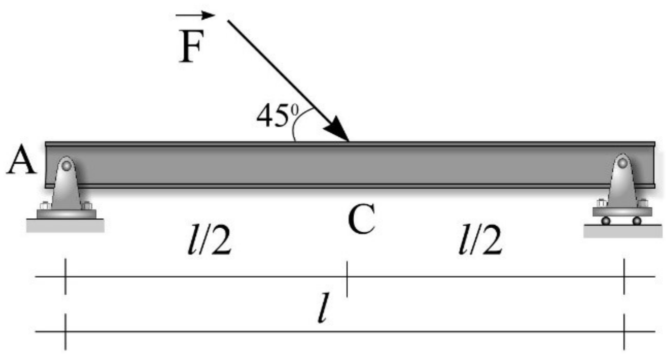


Polja opterećenja su AB, BC i CD

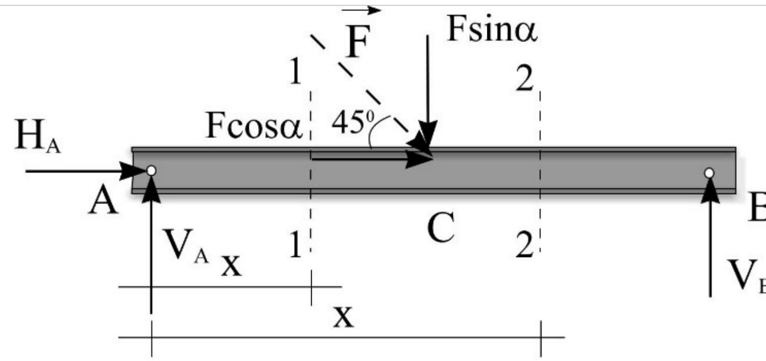
Oblici dijagrama između karakterističnih preseka su u skladu sa diferencijalnim vezama.

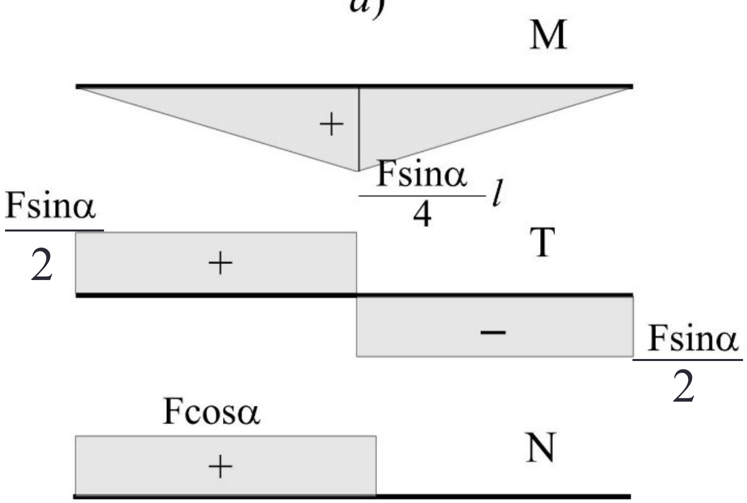
Primer

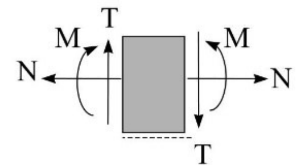
Odrediti sile u presecima za datu prostu gredu i nacrtati dijagrame M, T i N.



a)







Reakcije veza:

$$H_A = -F\cos\alpha, \quad V_B = \frac{F\sin\alpha}{2}, \quad V_A = \frac{F\sin\alpha}{2}$$

Sile u presecima u poljima opterećenja AC i CB:

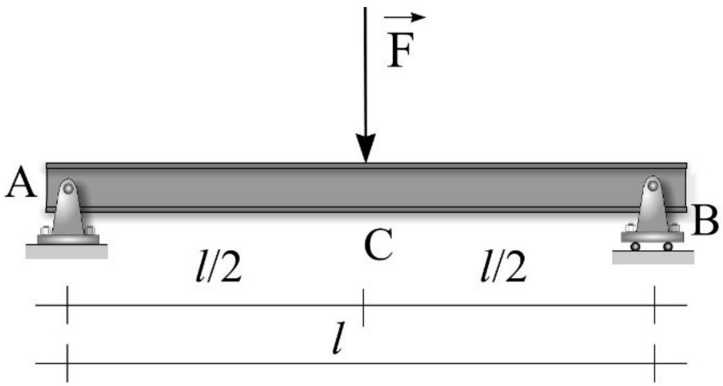
$$N_{1-1} = -H_A = F\cos\alpha, \quad T_{1-1} = V_A = \frac{F\sin\alpha}{2}, \quad M_{1-1} = V_A \cdot x = \frac{F\sin\alpha}{2} x$$

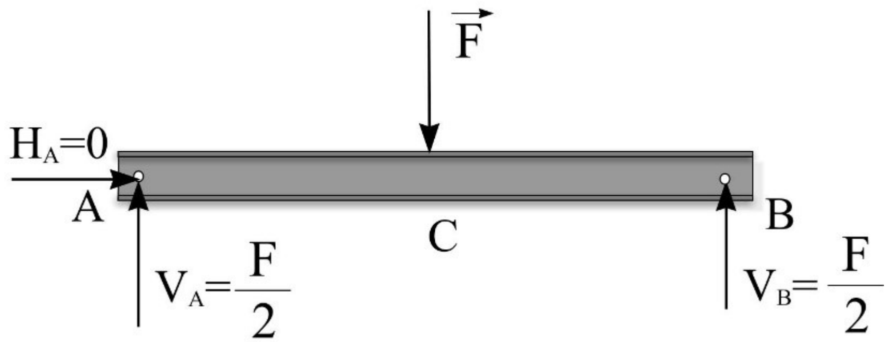
$$N_{2-2} = 0, \quad T_{2-2} = V_A - F\sin\alpha = -\frac{F\sin\alpha}{2}, \quad M_{2-2} = V_A \cdot x - F\left(x - \frac{l}{2}\right) = \frac{F\sin\alpha}{2} x - F\left(x - \frac{l}{2}\right)$$

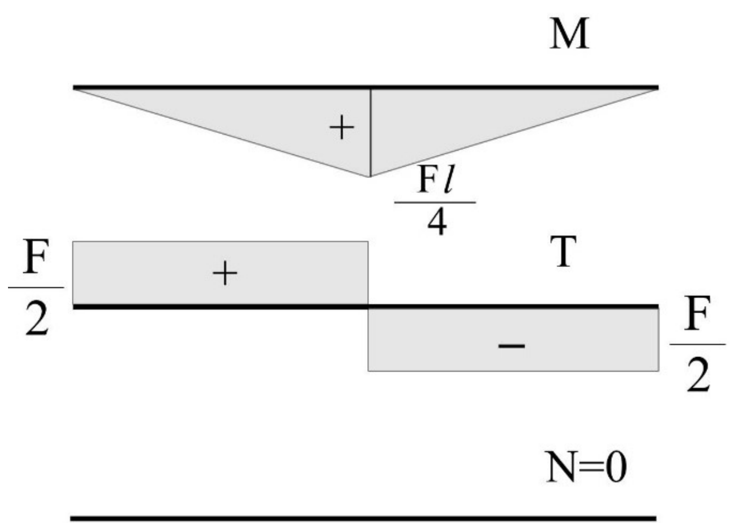
$$M_C = \frac{F\sin\alpha}{2}\frac{l}{2} = \frac{F\sin\alpha}{4} l$$

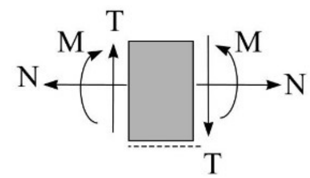
Primer

Odrediti sile u presecima za datu prostu gredu i nacrtati dijagrame momenata savijanja, transverzalnih sila i normalnih sila.









Reakcije veza:

$$H_A = 0, \quad V_A = V_B = \frac{F}{2}$$

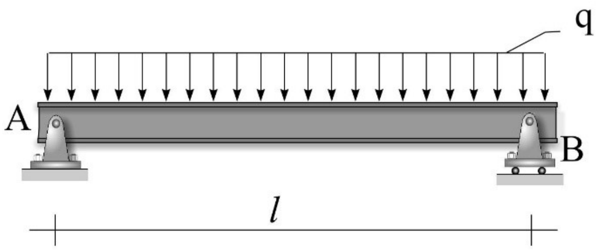
Sile u presecima u poljima opterećenja AC i CB:

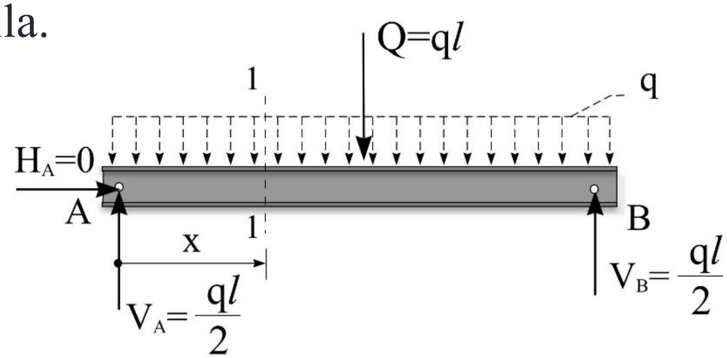
$$M_A = 0, \quad M_B = 0, \quad M_C = V_A \cdot \frac{l}{2} = \frac{F}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{Fl}{4}$$

$$T_A = V_A = \frac{F}{2}, \quad T_B = -V_B = -\frac{F}{2}, \quad T_{C,levo} = V_A = \frac{F}{2}, \quad T_{C,desno} = -V_B = -\frac{F}{2}.$$

Primer

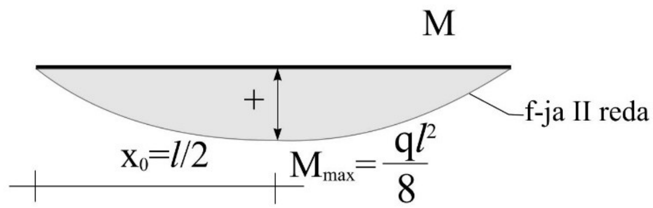
Odrediti sile u presecima za datu prostu gredu i nacrtati dijagrame momenata savijanja, transverzalnih sila i normalnih sila.

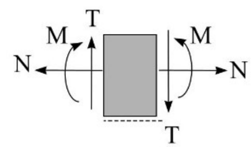


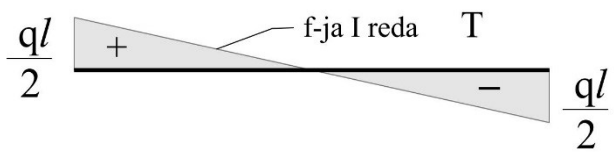


Reakcije veza:

$$V_A = V_B = \frac{q\,l}{2}$$







$$M_{1-1} = V_A \cdot x - q\,x \cdot \frac{x}{2} = \frac{q\,l}{2}x - q\frac{x^2}{2}, \quad T_{1-1} = V_A - q\,x = \frac{q\,l}{2} - q\,x, \quad N_{1-1} = 0$$

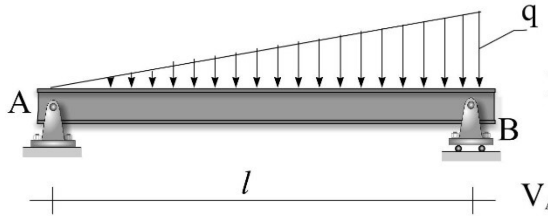
$$\text{za } x = 0 \;\rightarrow M_A = 0,\; T_A = \frac{q\,l}{2},\; N_A = 0, \;\; \text{za } x = l \;\rightarrow M_B = 0,\; T_B = -\frac{q\,l}{2},\; N_B = 0.$$

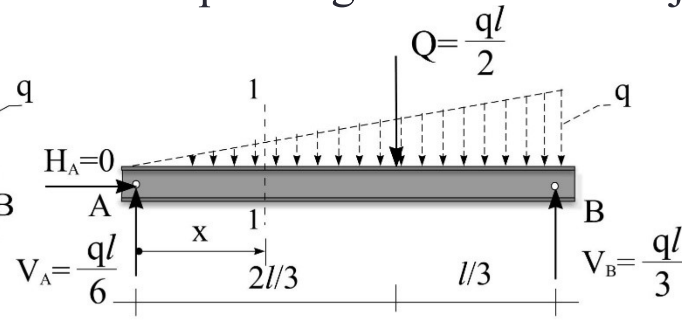
$$T(x) = \frac{dM(x)}{dx} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{q}{2}\left(l - 2x_0\right) = 0 \;\Rightarrow\; x_0 = \frac{l}{2}.$$

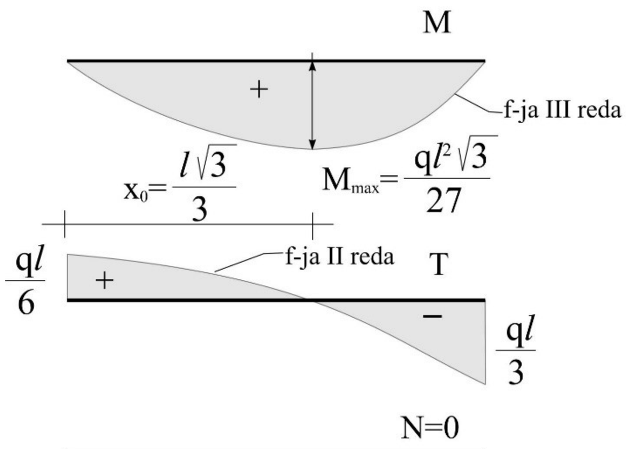
$$M_{max} = M_{\left(x_0=\frac{l}{2}\right)} = \frac{q\,l}{2}\frac{l}{2} - q\frac{\left(\frac{l}{2}\right)^2}{2} = \frac{q\,l^2}{8}$$

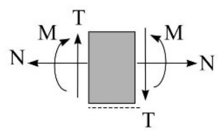
Primer

Odrediti sile u presecima za datu prostu gredu i nacrtati dijagrame M, T i N.









Reakcije veza:

$$H_A=0,\quad V_B=\frac{2Q}{3}=\frac{ql}{3},\quad V_A=\frac{Q}{3}=\frac{ql}{6}$$

$$q:q_{1-1}=l:x \quad\Rightarrow\quad q_{1-1}=\frac{qx}{l}$$

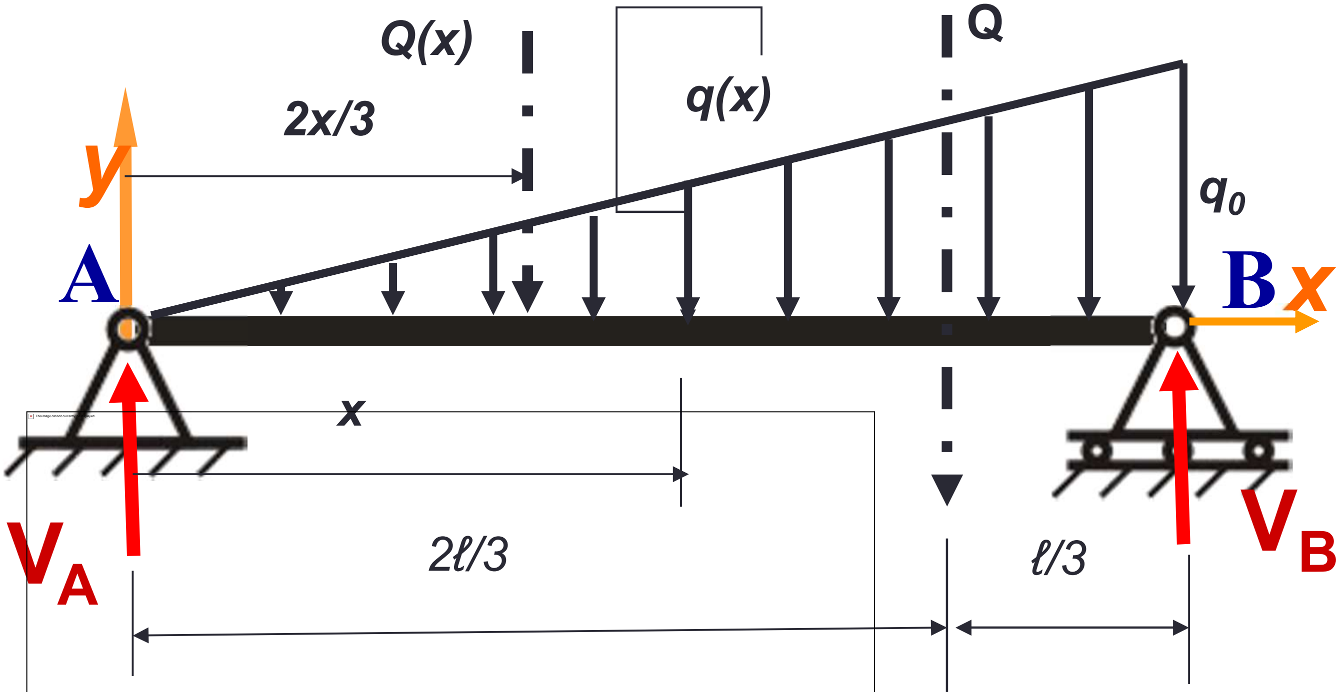
$$M_{1-1}=V_A\cdot x-\frac{q_{1-1}\,x}{2}\,\frac{x}{3}=\frac{ql}{6}x-\frac{\frac{qx}{l}x}{2}\,\frac{x}{3}=\frac{ql}{6}x-\frac{q}{6l}x^3,\quad T_{1-1}=\frac{ql}{6}-\frac{q}{2l}x^2,\quad N_{1-1}=0.$$

$$\text{za }x=0\ \rightarrow\ M_A=0,\quad T_A=\frac{ql}{6},\quad \text{za }x=L\ \rightarrow\ M_B=0,\quad T_B=-\frac{ql}{3}$$

$$\frac{ql}{6}-\frac{q}{2l}x_0^2=0\quad\Rightarrow\quad x_0=\frac{l\sqrt{3}}{3}$$

$$M_{max}=M_{\left(x_o=\frac{l\sqrt{3}}{3}\right)}=\frac{ql}{6}\,\frac{l\sqrt{3}}{3}-\frac{q}{6l}\left(\frac{l\sqrt{3}}{3}\right)^2=\frac{ql^2\sqrt{3}}{27}$$

Prosta greda opterećena trouglastim opterećenjem

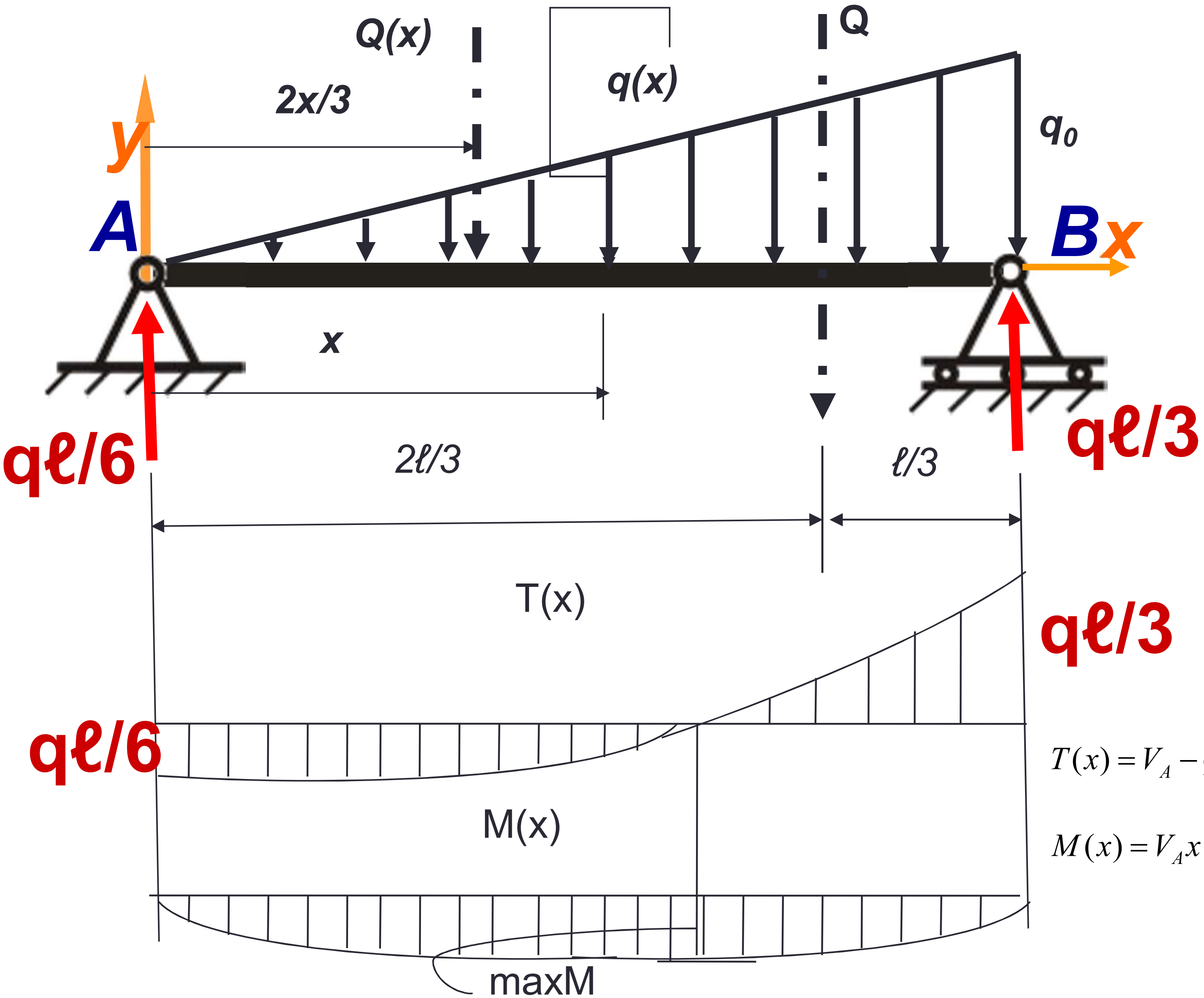


$$Q=\frac{1}{2}q_0\ell$$

$$q(x)=\frac{q_0}{\ell}x;\qquad Q(x)=\frac{1}{2}q(x)\,x=\frac{1}{2}\frac{q_0}{\ell}x^2$$

$$\sum M^{(A)}=0:V_B\ell-Q\frac{2}{3}\ell=0\Rightarrow V_B=\frac{1}{3}q_0\ell$$

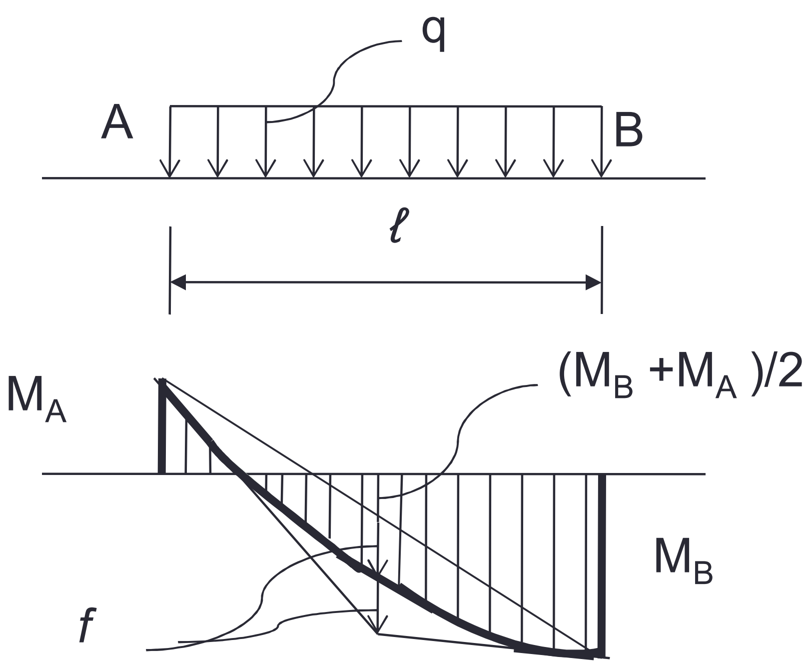
$$\sum Y=0:V_A+V_B=Q\qquad\Rightarrow V_A=\frac{1}{6}q_0\ell$$



$$T(x) = V_A - Q(x) = \frac{1}{6}q\ell - \frac{1}{2}\frac{q}{\ell}x^2$$

$$M(x) = V_A x - Q(x)\frac{1}{3}x = \frac{1}{6}q\ell x - \frac{q}{6\ell}x^3$$

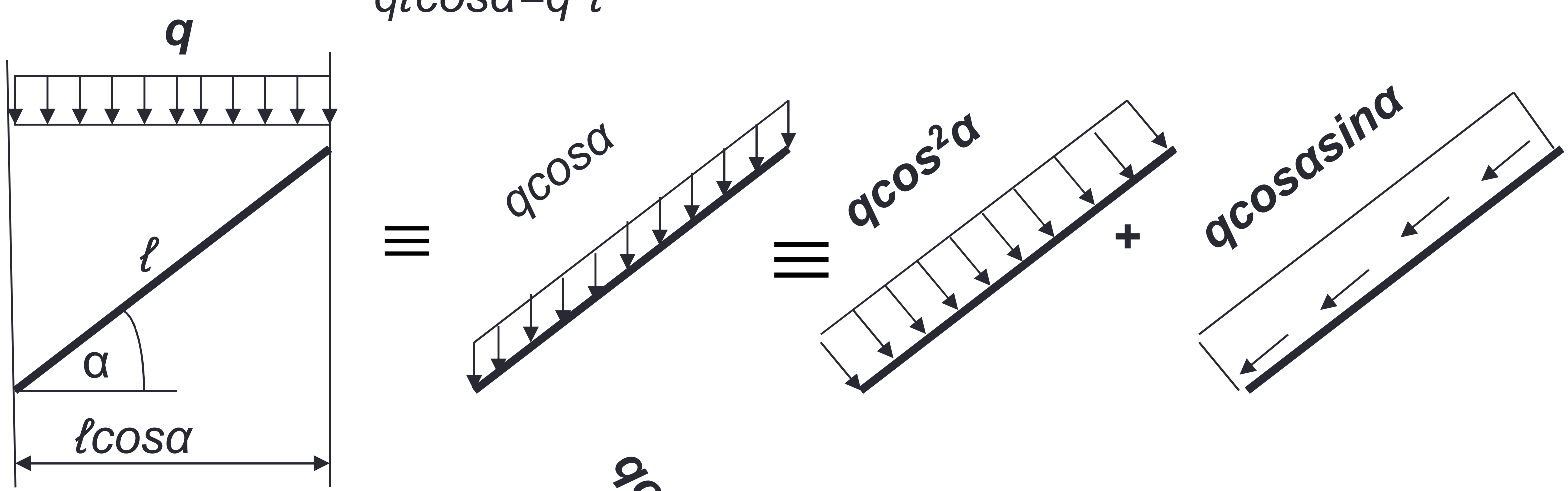
Konstrukcija parabole:

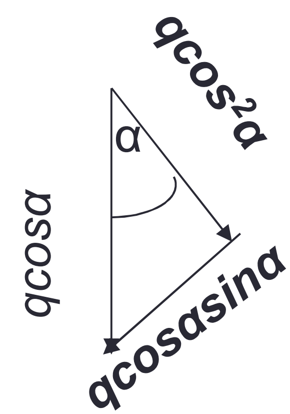


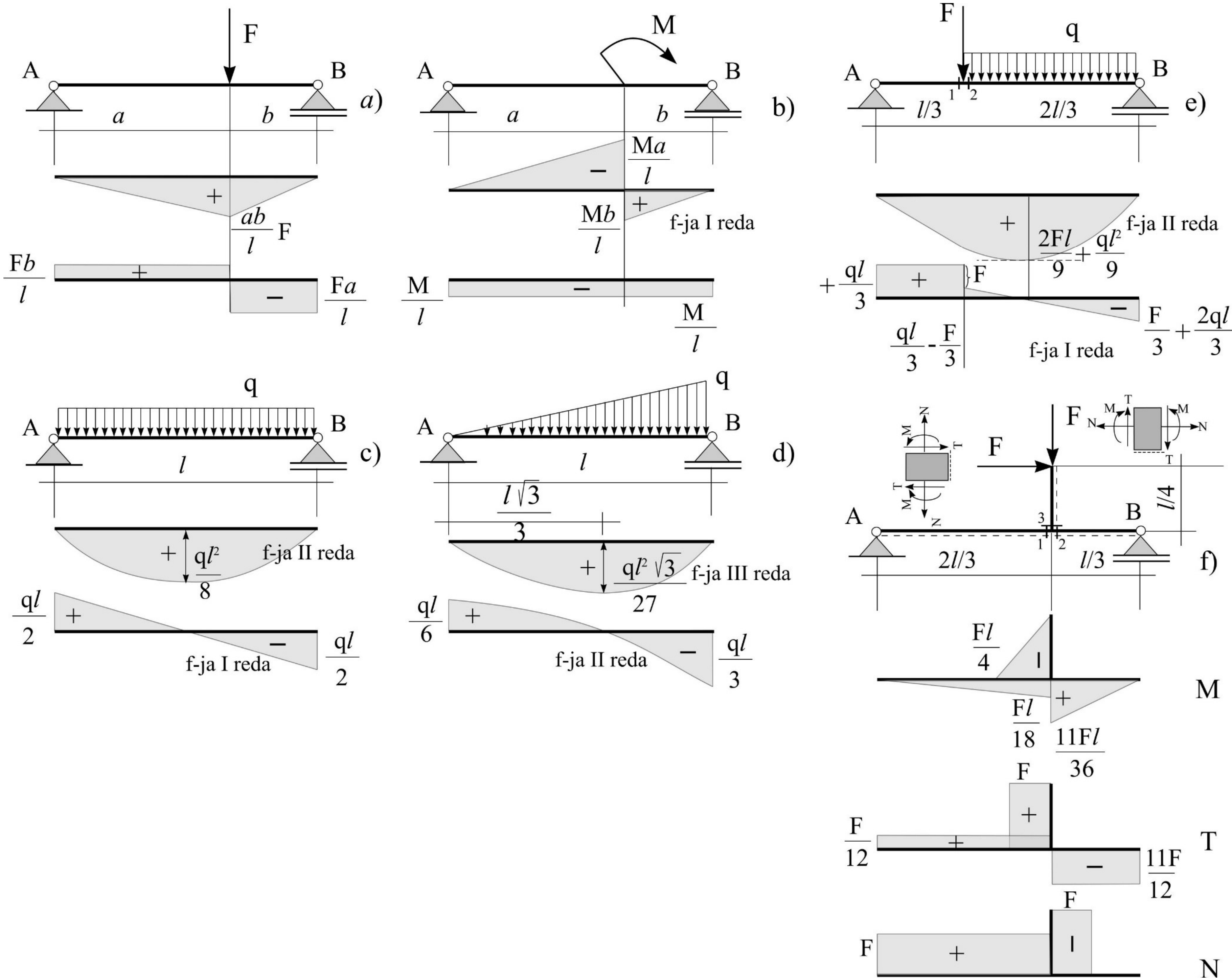
$$f = \frac{q\ell^2}{8}$$

OPTEREĆENJE ZADATO PO KOSOJ RAVNI

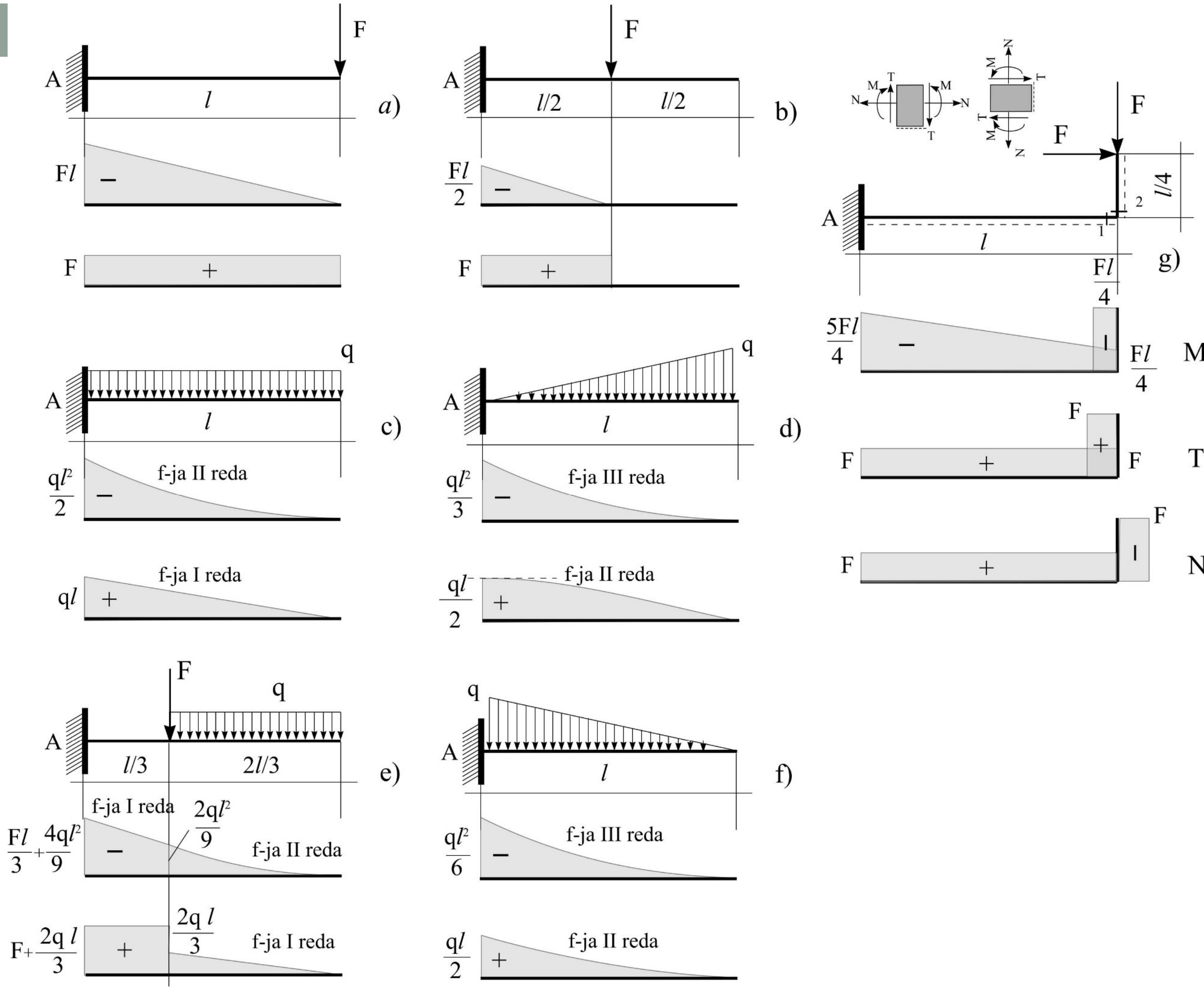
$q\ell\cos\alpha = q^1\ell$



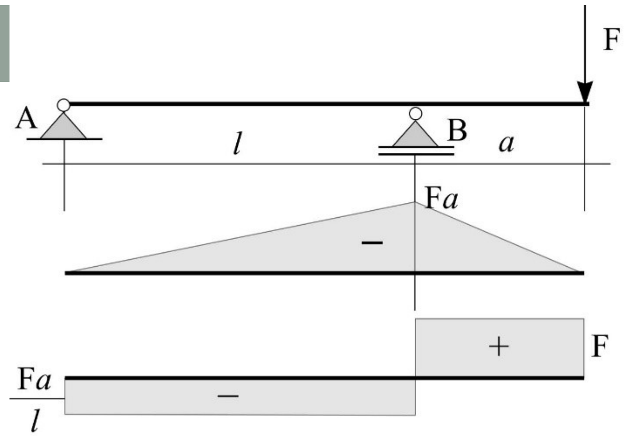




a)
A
B
F
a
b
ab/l F
Fb/l
Fa/l
b)
M
Ma/l
Mb/l
M/l
f-ja I reda
c)
q
l
ql²/8
ql/2
f-ja II reda
f-ja I reda
d)
l√3/3
ql²√3/27
f-ja III reda
ql/6
ql/3
f-ja II reda
e)
l/3
2l/3
2Fl/9 + ql²/9
f-ja II reda
+ ql/3
ql/3 - F/3
F/3 + 2ql/3
f-ja I reda
f)
l/4
2l/3
l/3
Fl/4
Fl/18
11Fl/36
M
F/12
11F/12
T
N

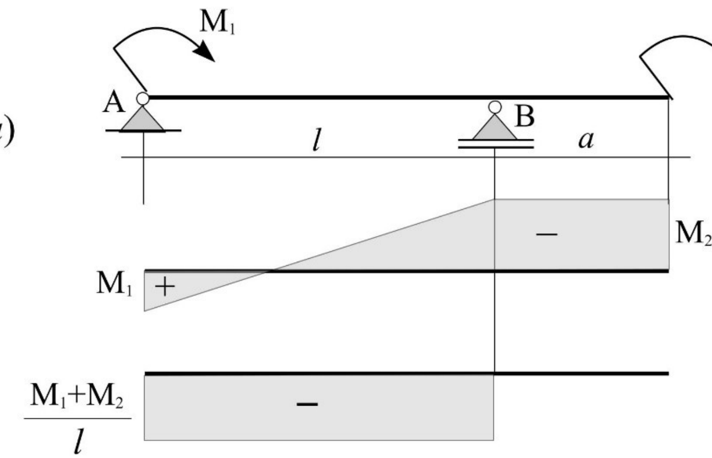


a)
b)
c)
d)
e)
f)
g)
A
F
l
l/2
l/3
2l/3
l/4
Fl
Fl/2
q
ql²/2
ql²/3
ql²/6
ql
ql/2
f-ja I reda
f-ja II reda
f-ja III reda
Fl/3 + 4ql²/9
2ql²/9
F + 2ql/3
2ql/3
5Fl/4
Fl/4
M
T
N



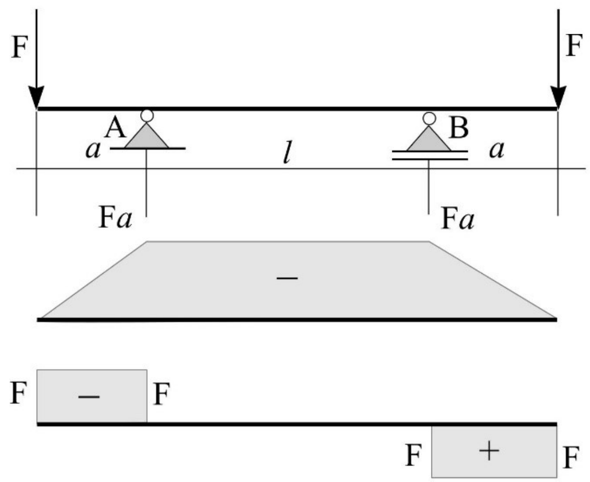
F
A
B
l
a
Fa
–
+
F
Fa/l
–

a)



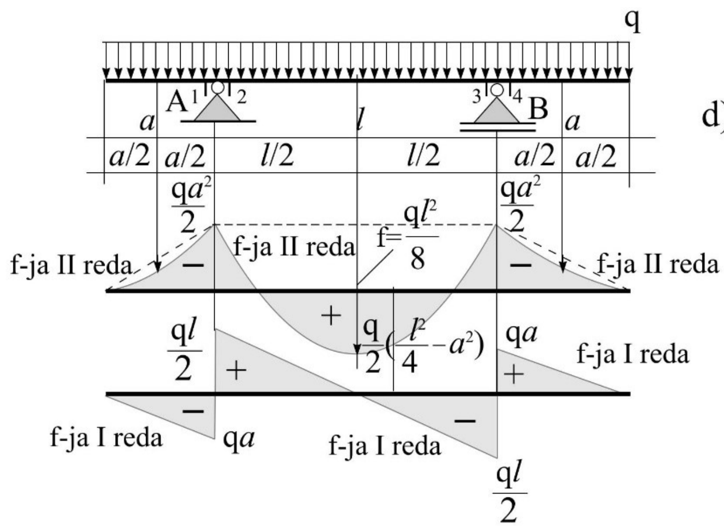
M1
M2
A
B
l
a
–
M2
M1
+
M1+M2/l
–

b)



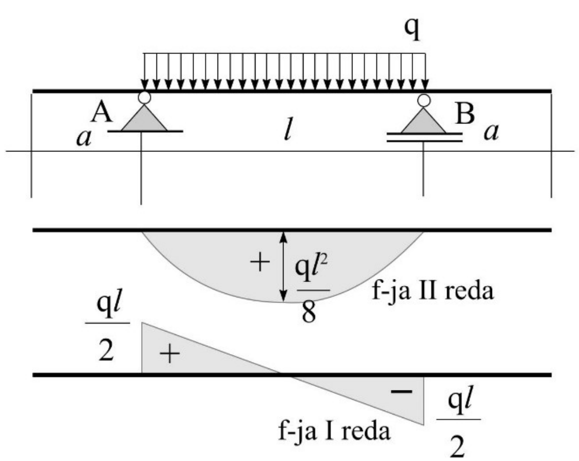
F
F
A
B
a
l
a
Fa
Fa
–
F
–
F
F
+
F

c)



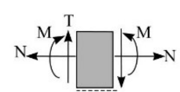
q
A
B
a
l
a
a/2
a/2
l/2
l/2
a/2
a/2
qa²/2
qa²/2
f=ql²/8
f-ja II reda
f-ja II reda
f-ja II reda
–
+
–
q/2(l²/4 – a²)
ql/2
+
qa
+
f-ja I reda
–
–
f-ja I reda
qa
f-ja I reda
ql/2

d)

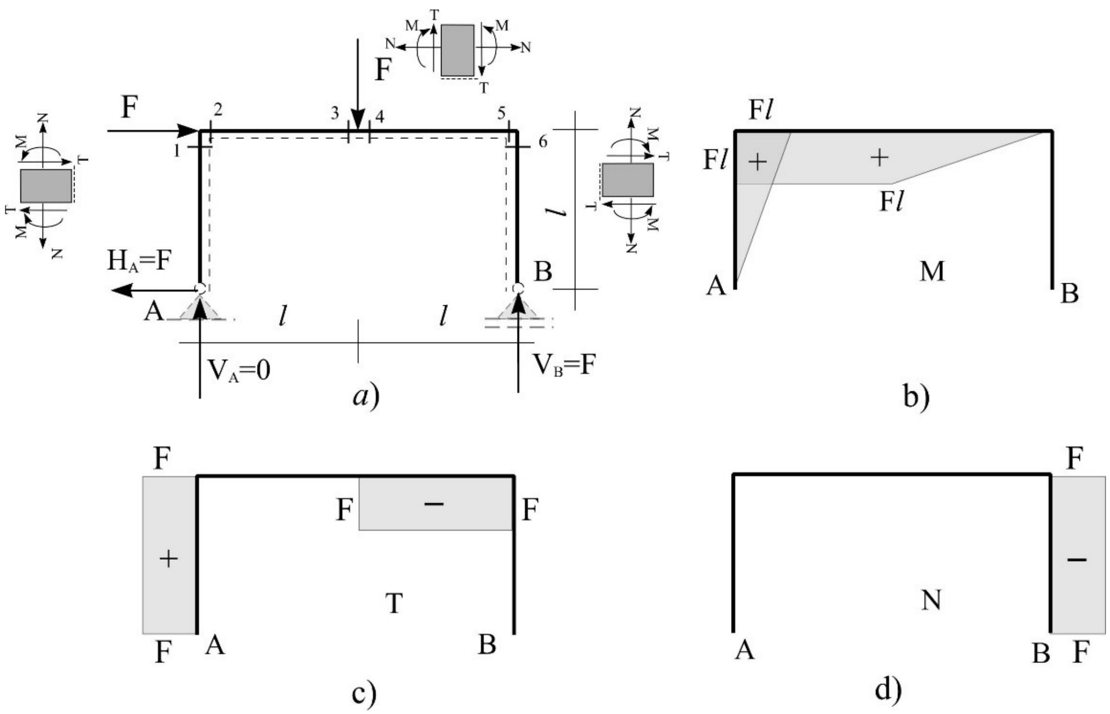


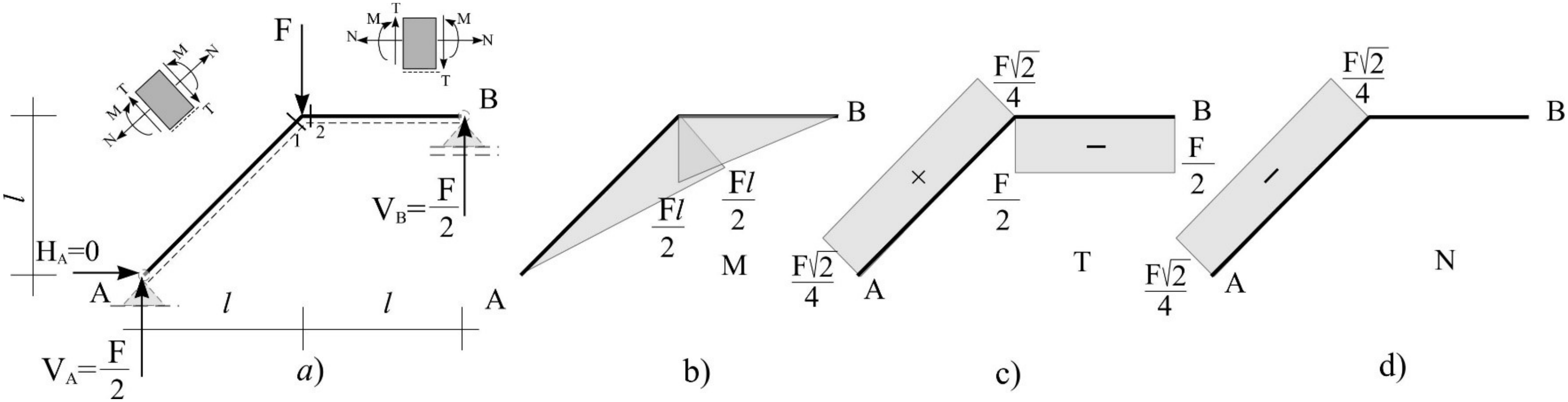
q
A
B
a
l
a
+
ql²/8
f-ja II reda
ql/2
+
–
ql/2
f-ja I reda

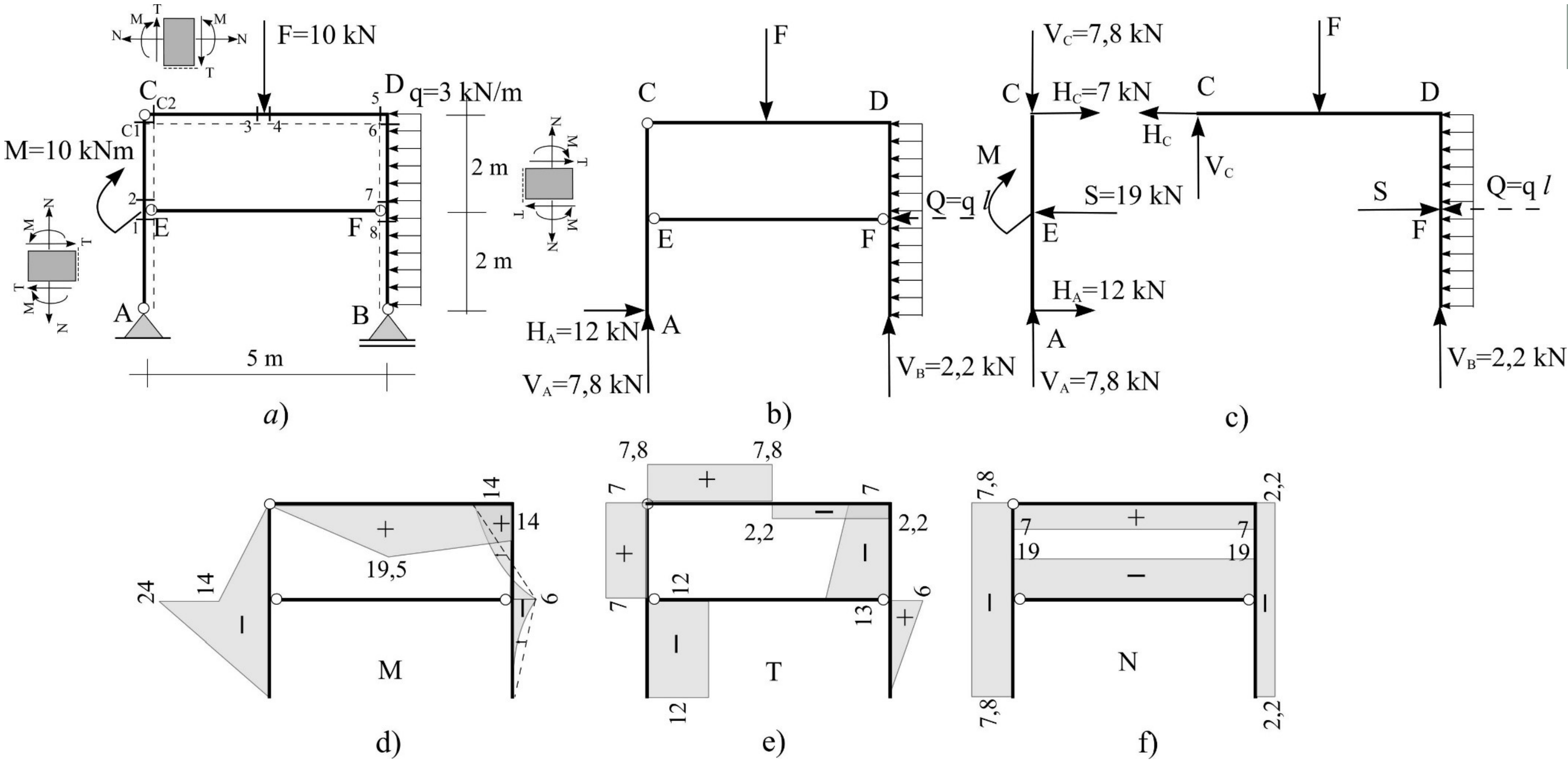
e)



M
T
M
N
N


F
F
1
2
3
4
5
6
N
M
T
l
H_A=F
A
B
l
l
V_A=0
V_B=F
a)
Fl
Fl
Fl
+
+
A
M
B
b)
F
F
F
+
−
F
A
T
B
F
c)
F
−
A
N
B F
d)


F
M
T
N
1
2
B
l
H_A=0
V_B=F/2
A
l
l
V_A=F/2
a)
B
Fl/2
Fl/2
M
A
b)
F√2/4
B
−
F/2
F/2
F√2/4
A
T
c)
F√2/4
B
−
F√2/4
A
N
d)



$$M_A = M_B = M_C = M_E = M_F = 0$$

$$M_1 = -H_A \cdot 2 = -12 \cdot 2 = -24\,\text{kNm}, \quad M_2 = -H_A \cdot 2 + M = -14\,\text{kNm},$$

$$M_3 = V_C \cdot 2{,}5 = 19{,}5\,\text{kNm}, \quad M_5 = M_6 = V_C \cdot 5 - F \cdot 2{,}5 = 14\,\text{kNm},$$

$$M_7 = M_8 = -q \cdot 2 \cdot 1 = -6\,\text{kNm},$$

$$T_A = T_1 = -H_A = -12\,\text{kN}, \quad T_2 = -H_A + S = 7\,\text{kN}, \quad T_{C1} = H_C = 7\,\text{kN},$$

$$T_{C2} = V_C = 7{,}8\,\text{kN}, \quad T_3 = V_C = 7{,}8\,\text{kN}, \quad T_4 = V_C - F = 7{,}8 - 10 = -2{,}2\,\text{kN},$$

$$T_5 = V_C - F = -2{,}2\,\text{kN}, \quad T_6 = -H_C = -7\,\text{kN}, \quad T_7 = -S + q \cdot 2 = -13\,\text{kN},$$

$$T_8 = q \cdot 2 = 6\,\text{kN},$$

$$N_A = N_1 = N_2 = N_{C1} = -V_A = -7{,}8\,\text{kN}, \quad N_{C2} = N_3 = N_4 = N_5 = H_C = 7\,\text{kN},$$

$$N_6 = N_7 = N_8 = N_B = -V_B = -2{,}2\,\text{kN}, \quad N_E = N_F = -S = -19\,\text{kN}.$$

Najvažnije u ovom poglavlju

- **Šta su sile u presecima ravnih linijskih nosača**
- **Kako se formiraju dijagrami momenata savijanja, transverzalnih i normalnih sila kod linijskih nosača u ravni**