

# DRVENE KONSTRUKCIJE VEŽBANJA

PRORAČUN STUBA NA  
EKSCENTRIČNI PRITISAK

# PRORAČUN STUBA NA EKSCENTRIČNI PRITISAK

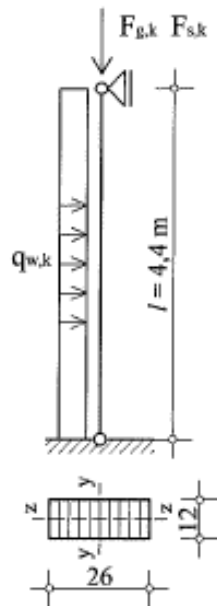
- Stub je opterećen uticajem od stalnog opterećenja, vetra i snega. Nakon proračuna M, T i N dijagrama neophodno je izvršiti dimenzionisanje iz uslova ekscentričnog pritiska. Sledeći primer sa ove prezentacije treba koristiti kao ugledni primer za proračun stuba na ekscentrični pritisak.
- Čvrstoće materijala i druge koeficijente neophodne za dimenzionisanje usvojiti na osnovu tabela dobijenih na predavanjima i podataka sa naslovne strane grafičkog rada.

# PRORAČUN STUBA NA EKSCENTRIČNI PRITISAK

Za drveni stub pravougaonog poprečnog preseka  $b/h = 12/26$  cm sprovesti dokaz nosivosti i upotrebljivosti. Stub je zglobno oslonjen na oba kraja, a opterećen je u svemu prema skici. Granična vrednost ugiba:  $w_{fin,lim} = l/300$  ( $w_{inst,lim} = l/400$ ).

Materijal: lepljeno lamelirano drvo GL24c. Eksploataciona klasa: 2.

Napomena: uticaj normalne sile na ugib se zanemaruje.



$$F_{g,k} = 30,5 \text{ kN}$$

(stalno opt.)

$$F_{s,k} = 38,2 \text{ kN}$$

(NV > 1000 m, srednjetrojajno opt.)

$$q_{w,k} = 2,6 \text{ kN/m}$$

(kratkotrajno/trenutno opt.)

# PRORAČUN STUBA NA EKSCENTRIČNI PRITISAK

## REŠENJE

---

### Ulazni podaci

Karakteristične vrednosti za lepljeno lamelirano drvo GL24c (tabela 1.5, Prilog 1):

- karakteristična vrednost čvrstoće na smicanje:  $f_{v,k} = 3,5 \text{ N/mm}^2$
- karakteristična vrednost čvrstoće na pritisak paralelno vlaknima:  $f_{e,0,k} = 21,5 \text{ N/mm}^2$
- karakteristična vrednost čvrstoće na savijanje:  $f_{m,k} = 24 \text{ N/mm}^2$
- srednja vrednost modula elastičnosti paralelno vlaknima:  $E_{0,mean} = 11000 \text{ N/mm}^2$
- karakteristična vrednost modula elastičnosti paralelno vlaknima:  $E_{0,05} = 9100 \text{ N/mm}^2$
- karakteristična vrednost zapreminske mase:  $\rho_k = 365 \text{ kg/m}^3$

Korekcionni koeficijent za čvrstoću drveta u zavisnosti od eksploatacione klase i klase trajanja opterećenja,  $k_{mod}$  (tabela 1.8, Prilog 1):

- za lepljeno lamelirano drvo, eksploatacionu klasu 2 i
  - stalno opterećenje:  $k_{mod} = 0,6$
  - srednjetrojano opterećenje (sneg,  $NV > 1000 \text{ m}$ ):  $k_{mod} = 0,8$
  - kratkotrajno/trenutno opterećenje (vetar):  $k_{mod} = 1,0$

# PRORAČUN STUBA NA EKSCENTRIČNI PRITISAK

Korekcionni koeficijent za proračun deformacija u zavisnosti od eksploatacione klase,  $k_{def}$  (tabela 1.11, Prilog 1):

- za lepljeno lamelirano drvo i eksploatacionu klasu 2:  $k_{def} = 0,8$

Parcijalni koeficijent sigurnosti za svojstva materijala,  $\gamma_M$  (tabela 1.7, Prilog 1):

- za lepljeno lamelirano drvo:  $\gamma_M = 1,3$

Parcijalni koeficijenti sigurnosti za opterećenja (tabela 1.1, Prilog 1):

- za granična stanja nosivosti

- stalno opterećenje:  $\gamma_Q = 1,35$

- promenljivo opterećenje:  $\gamma_Q = 1,5$

Koeficijenti za kombinovanu vrednost promenljivih dejstava (tabela 1.2, Prilog 1):

- za sneg (NV > 1000 m):  $\psi_0 = 0,7$ ;  $\psi_2 = 0,2$

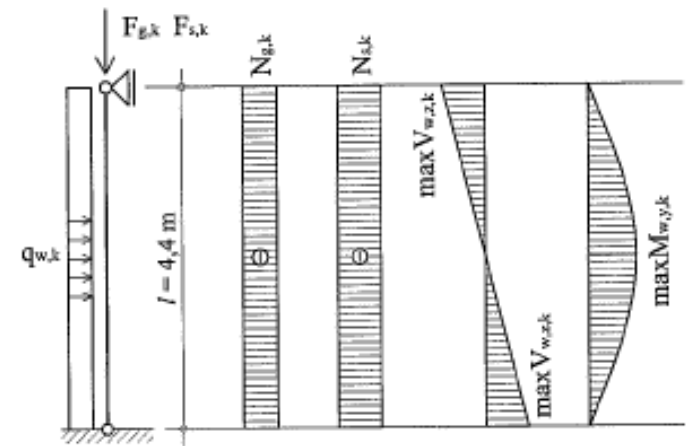
- za vetar:  $\psi_0 = 0,6$ ;  $\psi_2 = 0$

## Dokaz prema graničnim stanjima nosivosti

### Proračunska vrednost statičkih uticaja

Uticaji od osnovne kombinacije dejstava za granična stanja nosivosti:

$$E_d = E \left\{ \sum_{j=1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i=1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} ; a_d \right\}$$



Karakteristična vrednost normalne sile:

$$N_{g,k} = F_{g,k} = 30,5 \text{ kN (pritisak)}$$

$$N_{s,k} = F_{s,k} = 38,2 \text{ kN (pritisak)}$$

Karakteristična vrednost transverzalne sile:

$$\max V_{w,z,k} = q_{w,k} \cdot \frac{l}{2} = 2,6 \cdot \frac{4,4}{2} = 5,72 \text{ kN}$$

Karakteristična vrednost momenta savijanja:

$$\max M_{w,y,k} = q_{w,k} \cdot \frac{l^2}{8} = 2,6 \cdot \frac{4,4^2}{8} = 6,29 \text{ kNm}$$

# PRORAČUN STUBA NA EKSCENTRIČNI PRITISAK

Napomena: S obzirom da su zadata opterećenja različitog oblika (koncentrisano i jednako podjeljeno opterećenje) i imaju različitu dužinu trajanja, nije moguće sa sigurnošću proceniti merodavnu kombinaciju opterećenja već je potrebno izvršiti provere za različite kombinacije.

Opterećenje	Proračunska vrednost $V_{z,d}$ [kN]	$\psi_0$	K.T.O.	$k_{mod}$
g	--	1,0	stalno	0,6
s	--	0,7	srednjet.	0,8
w	$1,5 \cdot 5,72 = 8,58$	0,6	kratkot./tren.	1,0
Kombinacije opterećenja				
g + s	--		srednjet.	0,8
g + w	8,58		kratkot./tren.	1,0

Opterećenje	Proračunska vrednost $N_d$ [kN]	Proračunska vrednost $M_{y,d}$ [kNm]	$\psi_0$	K.T.O.	$k_{mod}$
g	$1,35 \cdot 30,5 = 41,18$	--	1,0	stalno	0,6
s	$1,5 \cdot 38,2 = 57,30$	--	0,7	srednjet.	0,8
w	--	$1,5 \cdot 6,29 = 9,44$	0,6	kratkot./tren.	1,0
Kombinacije opterećenja*					
g + s	$41,18 + 57,30 = 98,48$	--		srednjet.	0,8
g + s + w	$41,18 + 57,30 = 98,48$	$0,6 \cdot 9,44 = 5,66$		kratkot./tren.	1,0
g + w + s	$41,18 + 0,7 \cdot 57,30 = 81,29$	9,44		kratkot./tren.	1,0

\*Kombinacija g + w nije razmatrana, jer je kombinacija g + w + s svakako nepovoljnija.

## Pritisak sa dokazom stabilnosti (kombinacija: g + s)

Proračunska vrednost čvrstoće drveta na pritisak paralelno vlaknima:

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{c,0,k}}{\gamma_M} = \frac{0,8 \cdot 21,5}{1,3} = 13,23 \text{ N/mm}^2$$

Dužina izvijanja za izvijanje oko y-ose:

$$l_{ef,y} = 1,0 \cdot l = 1,0 \cdot 4,4 = 4,4 \text{ m}$$

Dužina izvijanja za izvijanje oko z-ose:

$$l_{ef,z} = 1,0 \cdot l = 1,0 \cdot 4,4 = 4,4 \text{ m}$$

S obzirom da je  $l_{ef,y} = l_{ef,z}$  i  $h > b$ , merodavno je izvijanje oko „slabije“ z-ose.

Poluprečnik inercije za z-osu:

$$i_z = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \frac{b}{\sqrt{12}} = 0,289 \cdot 12 = 3,47 \text{ cm}$$

Vitkost za izvijanje oko z-ose:

$$\lambda_z = \frac{l_{ef,z}}{i_z} = \frac{4,4 \cdot 100}{3,47} = 126,80$$

Koeficijent nestabilnosti za izvijanje oko z-ose:

$$k_{c,z} = 0,246 \text{ (interpolacija vrednosti iz tabele 1.15, Prilog 1)}$$

# PRORAČUN STUBA NA EKSCENTRIČNI PRITISAK

Proračunska vrednost napona pritiska:

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A} = \frac{98,48}{12 \cdot 26} \cdot 10 = 3,16 \text{ N/mm}^2$$

Uslov:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,\alpha} \cdot f_{c,0,k}} = \frac{3,16}{0,246 \cdot 13,23} = 0,97 < 1$$

**Smicanje (kombinacija: g + w)**

Proračunska vrednost čvrstoće drveta na smicanje:

$$f_{v,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{v,k}}{\gamma_M} = \frac{1,0 \cdot 3,5}{1,3} = 2,69 \text{ N/mm}^2$$

Proračunska vrednost smičućeg napona:

$$\tau_{z,d} = 1,5 \cdot \frac{V_{z,d}}{k_{cr} \cdot A} = 1,5 \cdot \frac{8,58}{0,67 \cdot 12 \cdot 26} \cdot 10 = 0,62 \text{ N/mm}^2$$

Koeficijent kojim se uzima u obzir uticaj pukotina nastalih usled skupljanja,  $k_{cr}$ :

- za lepljeno lamelirano drvo:  $k_{cr} = 0,67$

Uslov:

$$\frac{\tau_{z,d}}{f_{v,d}} = \frac{0,62}{2,69} = 0,23 < 1$$

**Pritisak sa savijanjem (kombinacija: g + s + w)**

Proračunska vrednost čvrstoće drveta na pritisak paralelno vlaknima:

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{c,0,k}}{\gamma_M} = \frac{1,0 \cdot 21,5}{1,3} = 16,54 \text{ N/mm}^2$$

Proračunska vrednost čvrstoće drveta na savijanje:

$$f_{m,y,d} = \frac{k_{mod} \cdot k_h \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} = \frac{1,0 \cdot 1,087 \cdot 24}{1,3} = 20,07 \text{ N/mm}^2$$

Uticaj veličine elementa na čvrstoću na savijanje uzima se preko koeficijenta  $k_h$ :  
- za lepljeno lamelirano drvo pravougaonog poprečnog preseka sa  $h < 600$  mm:

$$k_h = \min \left\{ \left( \frac{600}{h} \right)^{0,1} = \left( \frac{600}{260} \right)^{0,1} = 1,087 \right. \\ \left. 1,1 \right.$$

**Izvijanje oko y-ose**

Dužina izvijanja za izvijanje oko y-ose:

$$l_{ef,y} = 1,0 \cdot l = 1,0 \cdot 4,4 = 4,4 \text{ m}$$

Poluprečnik inercije za y-osu:

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \frac{h}{\sqrt{12}} = 0,289 \cdot 26 = 7,51 \text{ cm}$$

# PRORAČUN STUBA NA EKSCENTRIČNI PRITISAK

Vitkost za izvijanje oko y-ose:

$$\lambda_y = \frac{l_{efy}}{i_y} = \frac{4,4 \cdot 100}{7,51} = 58,59$$

Koeficijent nestabilnosti za izvijanje oko y-ose:

$$k_{c,y} = 0,836 \text{ (interpolacija vrednosti iz tabele 1.15, Prilog 1)}$$

*Izvijanje oko z-ose*

Koeficijent nestabilnosti za izvijanje oko z-ose:

$$k_{c,z} = 0,246$$

Proračunske vrednosti normalnih napona:

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A} = \frac{98,48}{12 \cdot 26} \cdot 10 = 3,16 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_y} = \frac{5,66}{\frac{12 \cdot 26^2}{6}} \cdot 1000 = 4,19 \text{ N/mm}^2$$

Uslovi:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = \frac{3,16}{0,836 \cdot 16,54} + \frac{4,19}{20,07} = 0,44 < 1$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = \frac{3,16}{0,246 \cdot 16,54} + 0,7 \cdot \frac{4,19}{20,07} = 0,92 < 1$$

Koeficijent kojim se uzima u obzir preraspodela napona u preseku,  $k_m$ :

- za pravougaoni poprečni presek:  $k_m = 0,7$

*Pritisak sa savijanjem (kombinacija: g + w + s)*

Proračunska vrednost čvrstoće drveta na pritisak paralelno vlaknima:

$$f_{c,0,d} = 16,54 \text{ N/mm}^2$$

Proračunska vrednost čvrstoće drveta na savijanje:

$$f_{m,y,d} = 20,07 \text{ N/mm}^2$$

*Izvijanje oko y-ose*

Koeficijent nestabilnosti za izvijanje oko y-ose:

$$k_{c,y} = 0,836$$

*Izvijanje oko z-ose*

Koeficijent nestabilnosti za izvijanje oko z-ose:

$$k_{c,z} = 0,246$$

Proračunske vrednosti normalnih napona:

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A} = \frac{81,29}{12 \cdot 26} \cdot 10 = 2,61 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_y} = \frac{9,44}{\frac{12 \cdot 26^2}{6}} \cdot 1000 = 6,98 \text{ N/mm}^2$$



# PRORAČUN STUBA NA EKSCENTRIČNI PRITISAK

Uslovi:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = \frac{2,61}{0,836 \cdot 16,54} + \frac{6,98}{20,07} = 0,54 < 1$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,x} \cdot f_{c,0,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = \frac{2,61}{0,246 \cdot 16,54} + 0,7 \cdot \frac{6,98}{20,07} = 0,88 < 1$$

Koeficijent kojim se uzima u obzir preraspodela napona u preseku,  $k_m$ :

- za pravougaoni poprečni presek:  $k_m = 0,7$

## Dokaz prema graničnim stanjima upotrebljivosti

Merodavna kombinacija opterećenja\*:  $g + w$

\*Napomena: Budući da je vetar jedino opterećenje koje izaziva ugib, merodavna kombinacija opterećenja je sa vetrom kao dominantnim promenljivim dejstvom.

## Proračunska vrednost opterećenja

Karakteristična kombinacija dejstava za granična stanja upotrebljivosti:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i \geq 1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$$

$$\Rightarrow q_d = q_{w,k} = 2,6 \text{ kN/m}$$

Kvazi-stalna kombinacija dejstava za granična stanja upotrebljivosti:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$$

$$\Rightarrow q_{d,qs} = \psi_2 \cdot q_{w,k} = 0,4 \cdot 6 = 0$$

## Ugib

Maksimalna vrednost trenutnog ugiba:

$$\max w_{inst} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_d \cdot l^4}{E_{0,mean} \cdot I_y} = \frac{5}{384} \cdot \frac{2,6 \cdot 4,4^4}{11000 \cdot \frac{12 \cdot 26^3}{12}} \cdot 10^7 = 0,66 \text{ cm}$$

Granična vrednost trenutnog ugiba:

$$w_{inst,lim} = \frac{l}{400} = \frac{4,4}{400} \cdot 100 = 1,1 \text{ cm}$$

Uslov:

$$w_{inst} = 0,66 \text{ cm} < w_{inst,lim} = 1,1 \text{ cm}$$

Maksimalna vrednost konačnog ugiba:

$$w_{fin} = w_{inst} + k_{def} \cdot w_{qs}$$

$$\max w_{fin} = \frac{5}{384} \cdot \frac{(q_d + k_{def} \cdot q_{d,qs}) \cdot l^4}{E_{0,mean} \cdot I_y} = \frac{5}{384} \cdot \frac{(2,6 + 0,8 \cdot 0) \cdot 4,4^4}{11000 \cdot \frac{12 \cdot 26^3}{12}} \cdot 10^7 = 0,66 \text{ cm}$$

# PRORAČUN STUBA NA EKSCENTRIČNI PRITISAK

Granična vrednost konačnog ugiba:

$$w_{\text{fin,lim}} = \frac{l}{300} = \frac{4,4}{300} \cdot 100 = 1,47 \text{ cm}$$

Uslov:

$$w_{\text{fin}} = 0,66 \text{ cm} < w_{\text{fin,lim}} = 1,47 \text{ cm}$$