

# DRVENE KONSTRUKCIJE VEŽBANJA

PRORAČUN NOSAČA NA  
EKSCENTRIČNI PRITISAK

# PRORAČUN KROVNE GREDE NA EKSCENTRIČNI PRITISAK

- Krovna greda je opterećena uticajem od stalnog opterećenja, vetra i snega. Nakon proračuna M, T i N dijagrama neophodno je izvršiti dimenzionisanje iz uslova ekscentričnog pritiska i ekscentričnog zatezanja. Sledeći primer sa ove prezentacije treba koristiti kao ugledni primer za proračun krovne grede na ekscentrični pritisak.
- Čvrstoće materijala i druge koeficijente neophodne za dimenzionisanje usvojiti na osnovu tabela dobijenih na predavanjima.

# PRORAČUN KROVNE GREDE NA EKSCENTRIČNI PRITISAK

## Ulazni podaci

Karakteristične vrednosti za monolitno drvo C30 (tabela 1.3, Prilog 1):

- karakteristična vrednost čvrstoće na smicanje:  $f_{v,k} = 4 \text{ N/mm}^2$
- karakteristična vrednost čvrstoće na pritisak paralelno vlaknima:  $f_{c,0,k} = 23 \text{ N/mm}^2$
- karakteristična vrednost čvrstoće na savijanje:  $f_{m,k} = 30 \text{ N/mm}^2$
- srednja vrednost modula elastičnosti paralelno vlaknima:  $E_{0,mean} = 12000 \text{ N/mm}^2$
- karakteristična vrednost modula elastičnosti paralelno vlaknima:  $E_{0,05} = 8000 \text{ N/mm}^2$

Korekcionni koeficijent za čvrstoću drveta u zavisnosti od eksploatacione klase i klase trajanja opterećenja,  $k_{mod}$  (tabela 1.8, Prilog 1):

- za monolitno drvo, eksploatacionu klasu 1 i
  - stalno opterećenje:  $k_{mod} = 0,6$
  - srednjetrajno opterećenje:  $k_{mod} = 0,8$

Pri proračunu se uzima  $k_{mod}$  za opterećenje sa najkraćim trajanjem:  $k_{mod} = 0,8$

Korekcionni koeficijent za proračun deformacija u zavisnosti od eksploatacione klase,  $k_{def}$  (tabela 1.11, Prilog 1):

- za monolitno drvo i eksploatacionu klasu 1:  $k_{def} = 0,6$

Parcijalni koeficijenti sigurnosti za opterećenja (tabela 1.1, Prilog 1):

- za granična stanja nosivosti
  - stalno opterećenje:  $\gamma_G = 1,35$
  - promenljivo opterećenje:  $\gamma_Q = 1,5$

# PRORAČUN KROVNE GREDE NA EKSCENTRIČNI PRITISAK

Parcijalni koeficijent sigurnosti za svojstva materijala,  $\gamma_M$  (tabela 1.7, Prilog 1):

- za monolitno drvo:  $\gamma_M = 1,3$

Koeficijenti za kombinovanu vrednost promenljivih dejstava (tabela 1.2, Prilog 1):

- za korisno opterećenje prostorija za stanovanje:  $\psi_2 = 0,3$

## Dimenzionisanje prema graničnim stanjima nosivosti

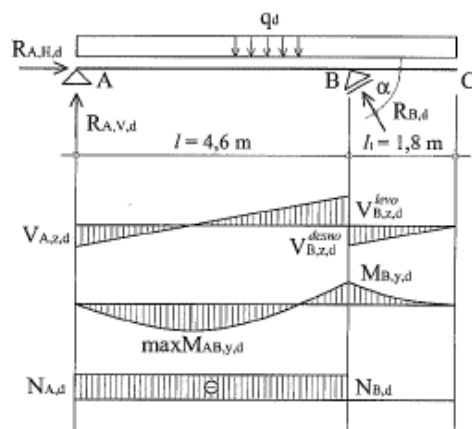
### Proračunska vrednost statičkih uticaja

Osnovna kombinacija uticaja od dejstava za granična stanja nosivosti:

$$\sum_{j \in I} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i \in I} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$$

Proračunska vrednost opterećenja:

$$q_d = \gamma_G \cdot g_k + \gamma_Q \cdot p_k = 1,35 \cdot 2,5 + 1,5 \cdot 3,6 = 8,78 \text{ kN/m}$$



Reakcije oslonaca:

$$R_{B,V,d} = \frac{q_d \cdot (l + l_1)^2}{2 \cdot l} = \frac{8,78 \cdot (4,6 + 1,8)^2}{2 \cdot 4,6} = 39,09 \text{ kN}$$

$$R_{B,H,d} = R_{B,V,d} \cdot \text{ctg} \alpha = 39,09 \cdot \text{ctg} 60 = 22,57 \text{ kN}$$

$$R_{A,V,d} = q_d \cdot (l + l_1) - R_{B,V,d} = 8,78 \cdot (4,6 + 1,8) - 39,09 = 17,10 \text{ kN}$$

$$R_{A,H,d} = R_{B,H,d} = 22,57 \text{ kN}$$

Uticaji, oslonac A:

$$V_{A,z,d} = R_{A,V,d} = 17,10 \text{ kN}$$

$$N_{A,d} = R_{A,H,d} = 22,57 \text{ kN (pritisak)}$$

# PRORAČUN KROVNE GREDE NA EKSCENTRIČNI PRITISAK

Uticaji, polje A-B:

$$\max M_{AB,d} = \frac{R_{A,V,d}^2}{2 \cdot q_d} = \frac{17,10^2}{2 \cdot 8,78} = 16,65 \text{ kNm}$$

$$\text{odg } N_{AB,d} = R_{A,H,d} = 22,57 \text{ kN (pritisak)}$$

Uticaji, oslonac B:

$$V_{B,z,d}^{desmo} = q_d \cdot l_1 = 8,78 \cdot 1,8 = 15,80 \text{ kN}$$

$$V_{B,z,d}^{kivo} = R_{B,V,d} - V_{B,z,d}^{desmo} = 39,09 - 15,80 = 23,29 \text{ kN}$$

$$M_{B,y,d} = \frac{q_d \cdot l_1^2}{2} = \frac{8,78 \cdot 1,8^2}{2} = 14,22 \text{ kNm}$$

$$N_{B,d} = R_{B,H,d} = 22,57 \text{ kN (pritisak)}$$

**Smicanje**

Uslov:

$$\tau_d \leq f_{v,d}$$

Proračunska vrednost čvrstoće drveta na smicanje:

$$f_{v,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{v,k}}{\gamma_M} = \frac{0,8 \cdot 4}{1,3} = 2,46 \text{ N/mm}^2$$

Proračunska vrednost transverzalne sile:

$$\max V_{z,d} = 23,29 \text{ kN}$$

Proračunska vrednost smičućeg napona:

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{V_{z,d}}{k_{cr} \cdot A}$$

Koeficijent kojim se uzima u obzir uticaj pukotina nastalih usled skupljanja,  $k_{cr}$ :  
- za monolitno drvo:  $k_{cr} = 0,67$

Potrebna površina poprečnog preseka iz uslova granične nosivosti:

$$\text{pot } A \geq 1,5 \cdot \frac{V_{z,d}}{k_{cr} \cdot f_{v,d}} = 1,5 \cdot \frac{23,29}{0,67 \cdot 2,46} \cdot 10 = 212,0 \text{ cm}^2$$

Potrebna visina poprečnog preseka:

$$\text{pot } h \geq \frac{A}{b} = \frac{212,0}{14} = 15,2 \text{ cm}$$

**Pritisak sa savijanjem**

Uslovi:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1$$

# PRORAČUN KROVNE GREDE NA EKSCENTRIČNI PRITISAK

Koeficijent kojim se uzima u obzir preraspodela napona u preseku,  $k_m$ :

- za pravougaoni poprečni presek:  $k_m = 0,7$

Proračunska vrednost čvrstoće drveta na pritisak paralelno vlaknima:

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{c,0,k}}{\gamma_M} = \frac{0,8 \cdot 23}{1,3} = 14,15 \text{ N/mm}^2$$

Proračunska vrednost čvrstoće drveta na savijanje:

$$f_{m,d} = \frac{k_{mod} \cdot k_h \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} = \frac{0,8 \cdot 1,0 \cdot 30}{1,3} = 18,46 \text{ N/mm}^2$$

Uticaj veličine elementa na čvrstoću na savijanje uzima se preko koeficijenta  $k_h$ :

- za monolitno drvo pravougaonog poprečnog preseka sa  $h \leq 150 \text{ mm}$ :

$$k_h = \min \left\{ \left( \frac{150}{h} \right)^{0,2} \right. \\ \left. 1,3 \right.$$

- za monolitno drvo pravougaonog poprečnog preseka sa  $h > 150 \text{ mm}$ :  $k_h = 1$

Budući da nisu poznate dimenzije preseka, pri dimenzionisanju se uzima  $k_h = 1$ .

Napomena: S obzirom na komplikovanost izraza za ekscentrično naprezanje i nemogućnosti sprovođenja postupka dimenzionisanja (nepoznavanje koeficijenata nestabilnosti), dimenzije poprečnog preseka procenjuju se na osnovu uslova za čisto savijanje. Stvarno naprezanje je obuhvaćeno kontrolom napona.

Proračunska vrednost momenta savijanja:

$$\max M_{y,d} = 16,65 \text{ kNm}$$

# PRORAČUN KROVNE GREDE NA EKSCENTRIČNI PRITISAK

Proračunska vrednost normalnog napona:

$$\sigma_{n,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_y}$$

Potreban otporni moment preseka iz uslova granične nosivosti:

$$\text{pot } W_y \geq \frac{M_{y,d}}{f_{n,d}} = \frac{16,65}{18,46} \cdot 1000 = 902,0 \text{ cm}^3$$

Potrebna visina poprečnog preseka\*:

$$\text{pot } h \geq \sqrt{\frac{6 \cdot W_y}{b}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 902,0}{14}} = 19,7 \text{ cm}$$

\*Napomena: Dobijenu vrednost visine poprečnog preseka treba prilikom usvajanja dodatno uvećati (obično za nekoliko cm) kako bi se uzeo u obzir normalni napon usled sile pritiska.

## Dimenzionisanje prema graničnim stanjima upotrebljivosti

Proračunska vrednost opterećenja

Karakteristična kombinacija dejstava za granična stanja upotrebljivosti:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i \geq 1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$$

$$\Rightarrow q_d = g_k + p_k = 2,5 + 3,6 = 6,1 \text{ kN/m}$$

# PRORAČUN KROVNE GREDE NA EKSCENTRIČNI PRITISAK

Kvazi-stalna kombinacija dejstava za granična stanja upotrebljivosti:

$$\sum_{j \in 1} G_{k,j} + \sum_{i \in 2} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$$

$$\Rightarrow q_{d,sp} = g_k + \psi_2 \cdot p_k = 2,5 + 0,3 \cdot 3,6 = 3,58 \text{ kN/m}$$

**Ugib u polju A-B:**

- Trenutni ugib

Uslov:

$$w_{inst} \leq w_{inst,lim} = \frac{l}{350}$$

Maksimalna vrednost trenutnog ugiba:

$$\max w_{inst} = \frac{q_d \cdot l^2 \cdot (5 \cdot l^2 - 12 \cdot l_1^2)}{384 \cdot E_{0,mean} \cdot I_y}$$

Potreban moment inercije preseka iz uslova graničnog ugiba:

$$\text{pot } I_y \geq \frac{350}{384} \cdot \frac{q_d \cdot l \cdot (5 \cdot l^2 - 12 \cdot l_1^2)}{E_{0,mean}} = \frac{350}{384} \cdot \frac{6,1 \cdot 4,6 \cdot (5 \cdot 4,6^2 - 12 \cdot 1,8^2)}{12000} \cdot 10^5 = 14262,6 \text{ cm}^4$$

Potrebna visina poprečnog preseka:

$$\text{pot } h \geq \sqrt[3]{\frac{12 \cdot I_y}{b}} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 14262,6}{14}} = 23,1 \text{ cm}$$

- Konačni ugib

Uslov:

$$w_{fin} = w_{inst} + k_{def} \cdot w_{sp} \leq w_{fin,lim} = \frac{l}{250}$$

Maksimalna vrednost konačnog ugiba:

$$\max w_{fin} = \frac{(q_d + k_{def} \cdot q_{d,sp}) \cdot l^2 \cdot (5 \cdot l^2 - 12 \cdot l_1^2)}{384 \cdot E_{0,mean} \cdot I_y}$$

Potreban moment inercije preseka iz uslova graničnog ugiba:

$$\text{pot } I_y \geq \frac{250}{384} \cdot \frac{(q_d + k_{def} \cdot q_{d,sp}) \cdot l \cdot (5 \cdot l^2 - 12 \cdot l_1^2)}{E_{0,mean}}$$

$$\text{pot } I_y \geq \frac{250}{384} \cdot \frac{(6,1 + 0,6 \cdot 3,58) \cdot 4,6 \cdot (5 \cdot 4,6^2 - 12 \cdot 1,8^2)}{12000} \cdot 10^5 = 13774,9 \text{ cm}^4$$

Potrebna visina poprečnog preseka:

$$\text{pot } h \geq \sqrt[3]{\frac{12 \cdot I_y}{b}} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 13774,9}{14}} = 22,8 \text{ cm}$$



# PRORAČUN KROVNE GREDE NA EKSCENTRIČNI PRITISAK

*Ugib na prepustu, presek C:*

- Trenutni ugib

Uslov:

$$w_{inst} \leq w_{inst,lim} = \frac{l_1}{200}$$

Maksimalna vrednost trenutnog ugiba:

$$\max w_{inst} = \frac{q_d \cdot l_1^2 \cdot (4 \cdot l + 3 \cdot l_1) - q_d \cdot l^3 \cdot l_1}{24 \cdot E_{0,mean} \cdot I_y}$$

Potreban moment inercije preseka iz uslova graničnog ugiba:

$$\text{pot } I_y \geq \frac{200}{24} \cdot \frac{q_d \cdot l_1^2 \cdot (4 \cdot l + 3 \cdot l_1) - q_d \cdot l^3 \cdot l_1}{E_{0,mean}}$$

$$\text{pot } I_y \geq \frac{200}{24} \cdot \frac{6,1 \cdot 1,8^2 \cdot (4 \cdot 4,6 + 3 \cdot 1,8) - 6,1 \cdot 4 \cdot 6^3}{12000} \cdot 10^5 = 8567,1 \text{ cm}^4$$

Potrebna visina poprečnog preseka:

$$\text{pot } h \geq \sqrt[3]{\frac{12 \cdot I_y}{b}} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 8567,1}{14}} = 19,5 \text{ cm}$$

- Konačni ugib

Uslov:

$$w_{fin} = w_{inst} + k_{def} \cdot w_{qs} \leq w_{fin,lim} = \frac{l_1}{150}$$

Maksimalna vrednost konačnog ugiba:

$$\max w_{fin} = \frac{(q_d + k_{def} \cdot q_{d,q_s}) \cdot l_1^2 \cdot (4 \cdot l + 3 \cdot l_1) - (q_d + k_{def} \cdot q_{d,q_s}) \cdot l^3 \cdot l_1}{24 \cdot E_{0,mean} \cdot I_y}$$

Potreban moment inercije preseka iz uslova graničnog ugiba:

$$\text{pot } I_y \geq \frac{150}{24} \cdot \frac{(q_d + k_{def} \cdot q_{d,q_s}) \cdot l_1^2 \cdot (4 \cdot l + 3 \cdot l_1) - (q_d + k_{def} \cdot q_{d,q_s}) \cdot l^3 \cdot l_1}{E_{0,mean}}$$

$$\text{pot } I_y \geq \frac{150}{24} \cdot \frac{[(6,1 + 0,6 \cdot 3,58) \cdot 1,8^2 \cdot (4 \cdot 4,6 + 3 \cdot 1,8) - (6,1 + 0,6 \cdot 3,58) \cdot 4 \cdot 6^3]}{12000} \cdot 10^5 = 8687,9 \text{ cm}^4$$

Potrebna visina poprečnog preseka:

$$\text{pot } h \geq \sqrt[3]{\frac{12 \cdot I_y}{b}} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 8687,9}{14}} = 19,6 \text{ cm}$$

Potrebna visina poprečnog preseka uzimajući u obzir sve uslove:

pot  $h = \max(15,2 \text{ cm}; 19,7 \text{ cm}^*; 23,1 \text{ cm}; 22,8 \text{ cm}; 19,5 \text{ cm}; 19,6 \text{ cm})$

Usvojene dimenzije poprečnog preseka:  $b/h = 14/24 \text{ cm}$

# PRORAČUN KROVNE GREDE NA EKSCENTRIČNI PRITISAK

## Kontrola napona i ugiba za usvojene dimenzije

Smicanje:

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{V_{zd}}{k_{cr} \cdot A} = 1,5 \cdot \frac{23,29}{0,67 \cdot 14 \cdot 24} \cdot 10 = 1,55 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{1,55}{2,46} = 0,63 < 1$$

Pritisak sa savijanjem:

Proračunske vrednosti čvrstoće drveta:

$$f_{c,0,d} = 14,15 \text{ N/mm}^2$$

$$h > 150 \text{ mm} \rightarrow k_b = 1, f_{m,d} = 18,46 \text{ N/mm}^2$$

Dužina izvijanja za izvijanje oko z-ose:

$$l_{ef,z} = 1,0 \cdot l = 1,0 \cdot 4,6 = 4,6 \text{ m}$$

Poluprečnik inercije za z-osu:

$$i_z = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \frac{b}{\sqrt{12}} = 0,289 \cdot 14 = 4,05 \text{ cm}$$

Vitkost za izvijanje oko z-ose:

$$\lambda_z = \frac{l_{ef,z}}{i_z} = \frac{4,6 \cdot 100}{4,05} = 113,58$$

Koeficijent nestabilnosti za izvijanje oko z-ose:

$$k_{c,z} = 0,239 \text{ (interpolacija vrednosti iz tabele 1.15, Prilog 1)}$$

Dužina izvijanja za izvijanje oko y-ose:

$$l_{ef,y} = 1,0 \cdot l_0 = 1,0 \cdot 0,85 \cdot 4,6 = 3,91 \text{ m}$$

Poluprečnik inercije za y-osu:

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \frac{h}{\sqrt{12}} = 0,289 \cdot 24 = 6,94 \text{ cm}$$

Vitkost za izvijanje oko y-ose:

$$\lambda_y = \frac{l_{ef,y}}{i_y} = \frac{3,91 \cdot 100}{6,94} = 56,34$$

Koeficijent nestabilnosti za izvijanje oko y-ose:

$$k_{c,y} = 0,717 \text{ (interpolacija vrednosti iz tabele 1.15, Prilog 1)}$$

Proračunske vrednosti normalnih napona:

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A} = \frac{22,57}{14 \cdot 24} \cdot 10 = 0,67 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_y} = \frac{16,65}{\frac{14 \cdot 24^2}{6}} \cdot 1000 = 12,39 \text{ N/mm}^2$$

# PRORAČUN KROVNE GREDE NA EKSCENTRIČNI PRITISAK

Uslovi:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = \frac{0,67}{0,717 \cdot 14,15} + \frac{12,39}{18,46} = 0,74 < 1$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,x} \cdot f_{c,0,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = \frac{0,67}{0,239 \cdot 14,15} + 0,7 \cdot \frac{12,39}{18,46} = 0,67 < 1$$

Ugib u polju:

$$\begin{aligned} \max w_{inst} &= \frac{q_d \cdot l^2 \cdot (5 \cdot l^2 - 12 \cdot l_1^2)}{384 \cdot E_{0,mean} \cdot I_y} = \\ &= \frac{6,1 \cdot 4,6^2 \cdot (5 \cdot 4,6^2 - 12 \cdot 1,8^2)}{384 \cdot 12000 \cdot \frac{14 \cdot 24^3}{12}} \cdot 10^7 = 1,16 \text{ cm} < \frac{4,6}{350} \cdot 100 = 1,31 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \max w_{fin} &= \frac{(q_d + k_{def} \cdot q_{d,q5}) \cdot l^2 \cdot (5 \cdot l^2 - 12 \cdot l_1^2)}{384 \cdot E_{0,mean} \cdot I_y} = \\ &= \frac{(6,1 + 0,6 \cdot 3,58) \cdot 4,6^2 \cdot (5 \cdot 4,6^2 - 12 \cdot 1,8^2)}{384 \cdot 12000 \cdot \frac{14 \cdot 24^3}{12}} \cdot 10^7 = 1,57 \text{ cm} < \frac{4,6}{250} \cdot 100 = 1,84 \text{ cm} \end{aligned}$$

Ugib na prepustu:

$$\begin{aligned} \max w_{inst} &= \frac{q_d \cdot l_1^3 \cdot (4 \cdot l + 3 \cdot l_1) - q_d \cdot l^3 \cdot l_1}{24 \cdot E_{0,mean} \cdot I_y} = \\ &= \frac{6,1 \cdot 1,8^3 \cdot (4 \cdot 4,6 + 3 \cdot 1,8) - 6,1 \cdot 4,6^3 \cdot 1,8}{24 \cdot 12000 \cdot \frac{14 \cdot 24^3}{12}} \cdot 10^7 = |-0,48| \text{ cm} < \frac{1,80}{200} \cdot 100 = 0,9 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \max w_{fin} &= \frac{(q_d + k_{def} \cdot q_{d,q5}) \cdot l_1^3 \cdot (4 \cdot l + 3 \cdot l_1) - (q_d + k_{def} \cdot q_{d,q5}) \cdot l^3 \cdot l_1}{24 \cdot E_{0,mean} \cdot I_y} = \\ &= \frac{(6,1 + 0,6 \cdot 3,58) \cdot 1,8^3 \cdot (4 \cdot 4,6 + 3 \cdot 1,8) - (6,1 + 0,6 \cdot 3,58) \cdot 4,6^3 \cdot 1,8}{24 \cdot 12000 \cdot \frac{14 \cdot 24^3}{12}} \cdot 10^7 \\ &= |-0,65| \text{ cm} < \frac{1,80}{150} \cdot 100 = 1,2 \text{ cm} \end{aligned}$$