

DRVENE KONSTRUKCIJE
VEŽBANJA

PRORAČUN ROŽNJAČE NA
KOSO SAVIJANJE

PRORAČUN ROŽNJAČE NA KOSO SAVIJANJE

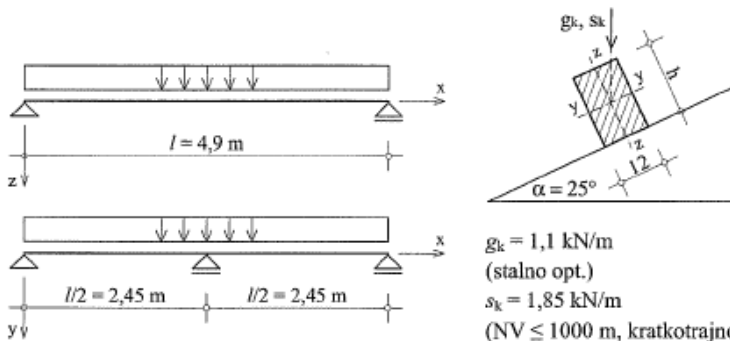
- Krovna greda je opterećena uticajem od stalnog opterećenja, vetra i snega. Nakon proračuna M, T i N dijagrama neophodno je izvršiti dimenzionisanje iz uslova kosog savijanja. Sledeći primer sa ove prezentacije treba koristiti kao ugledni primer za proračun rožnjače na koso savijanje.
- Čvrstoće materijala i druge koeficijente neophodne za dimenzionisanje usvojiti na osnovu tabela dobijenih na predavanjima.

PRORAČUN ROŽNJAČE NA KOSO SAVIJANJE

Primer 8

Dimenzionisati drvenu rožnjaču pravougaonog poprečnog preseka, širine $b = 12$ cm. Rožnjača je statičkog sistema u svemu prema skici, a opterećena je jednako podeljenim opterećenjem. Granična vrednost ugiba: $w_{fin,lim} = l/200$ ($w_{inst,lim} = l/300$).

Materijal: monolitno drvo C30. Eksploataciona klasa: 2.



$g_k = 1,1$ kN/m
(stalno opt.)
 $s_k = 1,85$ kN/m
($NV \leq 1000$ m, kratkotrajno opt.)

REŠENJE

Ulazni podaci

Karakteristične vrednosti za monolitno drvo C30 (tabela 1.3, Prilog 1):

- karakteristična vrednost čvrstoće na smicanje: $f_{vk} = 4$ N/mm²
- karakteristična vrednost čvrstoće na savijanje: $f_{mk} = 30$ N/mm²
- srednja vrednost modula elastičnosti paralelno vlaknima: $E_{0,mean} = 12000$ N/mm²

Korekcionni koeficijent za čvrstoću drveta u zavisnosti od eksploatacione klase i klase trajanja opterećenja, k_{mod} (tabela 1.8, Prilog 1):

- za monolitno drvo, eksploatacionu klasu 2 i
 - stalno opterećenje: $k_{mod} = 0,6$
 - kratkotrajno opterećenje: $k_{mod} = 0,9$

Pri proračunu se uzima k_{mod} za opterećenje sa najkraćim trajanjem: $k_{mod} = 0,9$

Korekcionni koeficijent za proračun deformacija u zavisnosti od eksploatacione klase, k_{def} (tabela 1.11, Prilog 1):

- za monolitno drvo i eksploatacionu klasu 2: $k_{def} = 0,8$

Parcijalni koeficijenti sigurnosti za opterećenja (tabela 1.1, Prilog 1):

- za granična stanja nosivosti
 - stalno opterećenje: $\gamma_G = 1,35$
 - promenljivo opterećenje: $\gamma_Q = 1,5$

PRORAČUN ROŽNJAČE NA KOSO SAVIJANJE

Parcijalni koeficijent sigurnosti za svojstva materijala, γ_M (tabela 1.7, Prilog 1):

- za monolitno drvo: $\gamma_M = 1,3$

Koeficijenti za kombinovanu vrednost promenljivih dejstava (tabela 1.2, Prilog 1):

- za sneg ($NV \leq 1000$ m): $\psi_2 = 0$

Karakteristične vrednosti opterećenja

Karakteristične vrednosti stalnog opterećenja (komponente u pravcu glavnih osa):

$$g_{z,k} = g_k \cdot \cos \alpha = 1,1 \cdot \cos 25 = 1,00 \text{ kN/m}$$

$$g_{y,k} = g_k \cdot \sin \alpha = 1,1 \cdot \sin 25 = 0,46 \text{ kN/m}$$

Karakteristične vrednosti opterećenja snegom (komponente u pravcu glavnih osa):

$$s_{z,k} = s_k \cdot \cos \alpha = 1,85 \cdot \cos 25 = 1,68 \text{ kN/m}$$

$$s_{y,k} = s_k \cdot \sin \alpha = 1,85 \cdot \sin 25 = 0,78 \text{ kN/m}$$

Dimenzionisanje prema graničnim stanjima nosivosti

Proračunska vrednost statičkih uticaja

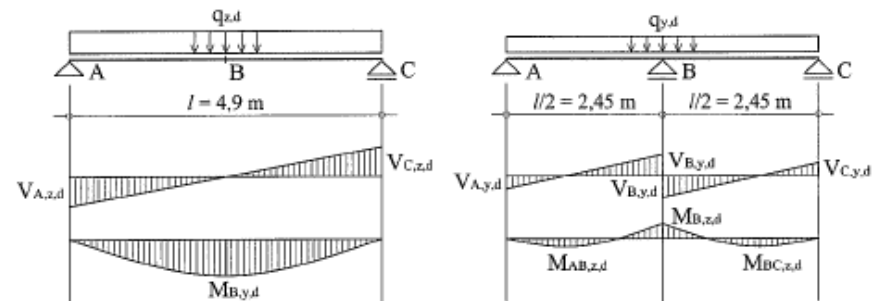
Osnovna kombinacija dejstava za granična stanja nosivosti:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$$

Proračunske vrednosti opterećenja:

$$q_{z,d} = \gamma_G \cdot g_{z,k} + \gamma_Q \cdot s_{z,k} = 1,35 \cdot 1,0 + 1,5 \cdot 1,68 = 3,87 \text{ kN/m}$$

$$q_{y,d} = \gamma_G \cdot g_{y,k} + \gamma_Q \cdot s_{y,k} = 1,35 \cdot 0,46 + 1,5 \cdot 0,78 = 1,79 \text{ kN/m}$$



Proračunske vrednosti transverzalnih sila (preseki iznad krajnjih oslonaca*):

$$V_{A,z,d} = V_{C,z,d} = 0,5 \cdot q_{z,d} \cdot l = 0,5 \cdot 3,87 \cdot 4,9 = 9,48 \text{ kN}$$

$$V_{A,y,d} = V_{C,y,d} = 0,375 \cdot q_{y,d} \cdot \frac{l}{2} = 0,375 \cdot 1,79 \cdot 2,45 = 1,64 \text{ kN}$$

Proračunske vrednosti momenata savijanja (presek u sredini rožnjače*):

$$M_{B,y,d} = 0,125 \cdot q_{z,d} \cdot l^2 = 0,125 \cdot 3,87 \cdot 4,9^2 = 11,61 \text{ kNm}$$

PRORAČUN ROŽNJAČE NA KOSO SAVIJANJE

$$M_{B,z,d} = 0,125 \cdot q_{y,d} \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^2 = 0,125 \cdot 1,79 \cdot 2,45^2 = 1,34 \text{ kNm}$$

*Napomena: Preseci za dimenzionisanje su izabrani na osnovu maksimalnih uticaja za komponentu opterećenja q_z , koja je u ovom slučaju dominantnija od komponente opterećenja q_y .

Smicanje

Uslov:

$$\left(\frac{\tau_{y,d}}{f_{v,d}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{z,d}}{f_{v,d}}\right)^2 \leq 1$$

Proračunska vrednost čvrstoće drveta na smicanje:

$$f_{v,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{v,k}}{\gamma_M} = \frac{0,9 \cdot 4}{1,3} = 2,77 \text{ N/mm}^2$$

Proračunske vrednosti smičućih napona:

$$\tau_{y,d} = 1,5 \cdot \frac{V_{y,d}}{k_{ce} \cdot A} = 1,5 \cdot \frac{1,64}{0,67 \cdot 12 \cdot h} \cdot 10 = \frac{3,06}{h} \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$\tau_{z,d} = 1,5 \cdot \frac{V_{z,d}}{k_{cr} \cdot A} = 1,5 \cdot \frac{9,48}{0,67 \cdot 12 \cdot h} \cdot 10 = \frac{17,69}{h} \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

Koeficijent kojim se uzima u obzir uticaj pukotina nastalih usled skupljanja, k_{cr} :

- za monolitno drvo: $k_{cr} = 0,67$

Potrebna visina poprečnog preseka iz uslova granične nosivosti:

$$\left(\frac{3,06}{2,77}\right)^2 + \left(\frac{17,69}{2,77}\right)^2 \leq 1 \Rightarrow \text{pot } h \geq 6,5 \text{ cm}$$

Savijanje

Uslovi:

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

Koeficijent kojim se uzima u obzir preraspodela napona u preseku, k_m :

- za pravougaoni poprečni presek: $k_m = 0,7$

Proračunske vrednosti čvrstoća drveta na savijanje:

$$f_{m,y,d} = \frac{k_{mod} \cdot k_h \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} = \frac{0,9 \cdot 1,0 \cdot 30}{1,3} = 20,77 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,z,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} = \frac{0,9 \cdot 30}{1,3} = 20,77 \text{ N/mm}^2$$

PRORAČUN ROŽNJAČE NA KOSO SAVIJANJE

Uticaj veličine elementa na čvrstoću na savijanje uzima se preko koeficijenta k_h :

- za monolitno drvo pravougaonog poprečnog preseka sa $h \leq 150$ mm:

$$k_h = \min \left(\left(\frac{150}{h} \right)^{0,2} \right. \\ \left. 1,3 \right)$$

- za monolitno drvo pravougaonog poprečnog preseka sa $h > 150$ mm: $k_h = 1$

S obzirom da nisu poznate dimenzije preseka, pri dimenzionisanju se uzima $k_h = 1$.

Proračunske vrednosti normalnih napona:

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_y} = \frac{11,61}{\frac{12 \cdot h^2}{6}} \cdot 1000 = \frac{5805}{h^2} \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$\sigma_{m,z,d} = \frac{M_{z,d}}{W_z} = \frac{1,34}{\frac{12^2 \cdot h}{6}} \cdot 1000 = \frac{55,83}{h} \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

Potrebna visina poprečnog preseka iz uslova granične nosivosti:

$$\frac{5805}{h^2} + 0,7 \cdot \frac{55,83}{h} \leq 1 \Rightarrow \text{pot } h \geq 17,7 \text{ cm}$$

$$0,7 \cdot \frac{5805}{h^2} + \frac{55,83}{h} \leq 1 \Rightarrow \text{pot } h \geq 15,4 \text{ cm}$$

Dimenzionisanje prema graničnim stanjima upotrebljivosti

Proračunska vrednost opterećenja

Karakteristična kombinacija dejstava za granična stanja upotrebljivosti:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$$

$$\Rightarrow q_{z,d} = g_{z,k} + s_{z,k} = 1,00 + 1,68 = 2,68 \text{ kN/m}$$

$$\Rightarrow q_{y,d} = g_{y,k} + s_{y,k} = 0,46 + 0,78 = 1,24 \text{ kN/m}$$

Kvazi-stalna kombinacija dejstava za granična stanja upotrebljivosti:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$$

$$\Rightarrow q_{z,d,qs} = g_{z,k} + \psi_2 \cdot s_{z,k} = 1,00 + 0 \cdot 1,68 = 1,00 \text{ kN/m}$$

$$\Rightarrow q_{y,d,qs} = g_{y,k} + \psi_2 \cdot s_{y,k} = 0,46 + 0 \cdot 0,78 = 0,46 \text{ kN/m}$$

Ugib

- Trenutni ugib

Uslov:

$$w_{inst} = \sqrt{w_{z,inst}^2 + w_{y,inst}^2} \leq w_{inst,lim}$$

PRORAČUN ROŽNJAČE NA KOSO SAVIJANJE

Maksimalna vrednost trenutnog ugiba (presek u sredini rožnjače*):

$$\max w_{z,inst} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_{z,d} \cdot l^4}{E_{0,mean} \cdot I_y} = \frac{5}{384} \cdot \frac{2,68 \cdot 4,9^4}{12000 \cdot \frac{12 \cdot h^3}{12}} \cdot 10^7 = \frac{16763,96}{h^3} \text{ [cm]}$$

$$\text{odg } w_{y,inst} = 0$$

*Napomena: Presek za dimenzionisanje u sredini rožnjače je usvojen na osnovu maksimalnog ugiba za komponentu opterećenja q_z , koja je u ovom slučaju dominantnija od komponente opterećenja q_y . Ukoliko se sa sigurnošću ne može proceniti merodavan presek, potrebno je jedan presek usvojiti kao merodavan za dimenzionisanje, a zatim kontrolu sprovesti i za druge preseke.

Granična vrednost trenutnog ugiba:

$$w_{inst,lim} = \frac{l}{300} = \frac{4,9}{300} \cdot 100 = 1,63 \text{ cm}$$

Potrebna visina poprečnog preseka iz uslova graničnog ugiba:

$$w_{inst} = \sqrt{\left(\frac{16763,96}{h^3}\right)^2} + 0 \leq 1,63 \Rightarrow \text{pot } h \geq 21,8 \text{ cm}$$

- Konačni ugib

Uslov:

$$w_{fin} = w_{inst} + k_{def} \cdot w_{qs} \leq w_{fin,lim}$$

Maksimalna vrednost konačnog ugiba (presek u sredini rožnjače):

$$\max w_{z,fin} = \frac{5}{384} \cdot \frac{(q_{z,d} + k_{def} \cdot q_{z,d,qz}) \cdot l^4}{E_{0,mean} \cdot I_y} = \frac{5}{384} \cdot \frac{(2,68 + 0,8 \cdot 1,00) \cdot 4,9^4}{12000 \cdot \frac{12 \cdot h^3}{12}} \cdot 10^7 = \frac{21768,13}{h^3} \text{ [cm]}$$

$$\text{odg } w_{y,fin} = 0$$

Granična vrednost konačnog ugiba:

$$w_{fin,lim} = \frac{l}{200} = \frac{4,9}{200} \cdot 100 = 2,45 \text{ cm}$$

Potrebna visina poprečnog preseka iz uslova graničnog ugiba:

$$w_{fin} = \sqrt{\left(\frac{21768,13}{h^3}\right)^2} + 0 \leq 2,45 \Rightarrow \text{pot } h \geq 20,7 \text{ cm}$$

Potrebna visina poprečnog preseka uzimajući u obzir sve uslove:
pot $h = \max(6,5 \text{ cm}; 17,7 \text{ cm}; 15,4 \text{ cm}; 21,8 \text{ cm}; 20,7 \text{ cm})$

Usvojene dimenzije poprečnog preseka: $b/h = 12/22 \text{ cm}$

PRORAČUN ROŽNJAČE NA KOSO SAVIJANJE

Kontrola napona i ugiba za usvojene dimenzije

Smicanje:

$$\tau_{y,d} = 1,5 \cdot \frac{V_{y,d}}{k_{cr} \cdot A} = 1,5 \cdot \frac{1,65}{0,67 \cdot 12 \cdot 22} \cdot 10 = 0,14 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{z,d} = 1,5 \cdot \frac{V_{z,d}}{k_{cr} \cdot A} = 1,5 \cdot \frac{9,48}{0,67 \cdot 12 \cdot 22} \cdot 10 = 0,80 \text{ N/mm}^2$$

$$\left(\frac{\tau_{y,d}}{f_{v,d}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{z,d}}{f_{v,d}} \right)^2 = \left(\frac{0,14}{2,77} \right)^2 + \left(\frac{0,80}{2,77} \right)^2 = 0,09 < 1$$

Savijanje:

$$h > 150 \text{ mm} \rightarrow k_b = 1, f_{m,y,d} = f_{m,z,d} = 20,77 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_y} = \frac{11,61}{\frac{12 \cdot 22^2}{6}} \cdot 1000 = 11,99 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,z,d} = \frac{M_{z,d}}{W_z} = \frac{1,34}{\frac{12^2 \cdot 22}{6}} \cdot 1000 = 2,54 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} = \frac{11,99}{20,77} + 0,7 \cdot \frac{2,54}{20,77} = 0,66 < 1$$

$$k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} = 0,7 \cdot \frac{11,99}{20,77} + \frac{2,54}{20,77} = 0,53 < 1$$

Ugib:

$$w_{inst} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_{z,d} \cdot l^4}{E_{0,mean} \cdot I_y} = \frac{5}{384} \cdot \frac{2,68 \cdot 4,9^4}{12000 \cdot \frac{12 \cdot 22^3}{12}} \cdot 10^7 = 1,57 \text{ cm} < \frac{4,9}{300} \cdot 100 = 1,63 \text{ cm}$$

$$w_{fin} = \frac{5}{384} \cdot \frac{(q_{z,d} + k_{def} \cdot q_{z,d,sp}) \cdot l^4}{E_{0,mean} \cdot I_y} = \frac{5}{384} \cdot \frac{(2,68 + 0,8 \cdot 1,00) \cdot 4,9^4}{12000 \cdot \frac{12 \cdot 22^3}{12}} \cdot 10^7 = 2,04 \text{ cm} < \frac{4,9}{200} \cdot 100 = 2,45 \text{ cm}$$