

UDK : 624.012.45  
624.072.4: 004.42ANSYS

## ODREĐIVANJE POJAVE PRSLINA I OPTEREĆENJA LOMA AB GREDE PRIMENOM SOFTVERA ANSYS

Andrija Zorić<sup>1</sup>, Todor Vacev<sup>2</sup>, Stepa Paunović<sup>3</sup>, Miloš Milić<sup>3</sup>, Ivan Nešović<sup>3</sup>

**Rezime:** Pojava prslina u betonskim konstrukcijskim elementima bitno utiče na raspodelu napona unutar elementa i mora se uzeti u obzir prilikom dimenzionisanja. Mnogi pravilnici o projektovanju betonskih konstrukcija predlažu različite načine da se smanjenje krutosti betonskih elemenata usled pojave prslina obuhvati prilikom proračuna. Međutim, kako bi bile primenljive u praksi, metode predložene u pravilnicima podrazumevaju brojna uprošćenja i idealizacije, što neretko dovodi do predimenzionisanja konstrukcije. Stručnim korišćenjem odgovarajućih programskih paketa se može postići značajna optimizacija dimenzija konstrukcijskih elemenata. Cilj ovog rada je isticanje konzervativnosti nekih preporuka iz domaće literature i Pravilnika za beton i armirani beton '87 i ukazivanje na prednosti primene savremenih računara i naprednih numeričkih metoda pri projektovanju betonskih konstrukcija, a na primeru analize proste grede od armiranog betona opterećene dvema koncentrisanim silama u trećinama raspona. Kao najvažniji parametri izdvojeni su nosivost grede i opterećenje koje dovodi do pojave prvih prslina. Ove veličine najpre su određeni analitički, a potom i numerički, te je na kraju na osnovu njihovog poređenja data ocena analitičke metode predložene u pomenutoj literaturi.

**Cljučne reči:** dimenzionisanje, nosivost AB greda, prslina, prva prslina, MKE

**Summary:** Occurrence of cracks in concrete structural elements greatly affects the stress distribution within these elements and it has to be considered in the design process. Many legislative standards regarding the design of concrete structures propose various ways of accounting for the concrete elements stiffness reduction due to cracking. However, in order for them to be applicable in everyday practice, these methods had to include numerous approximations and idealizations, which often leads to irrationally large structural elements. By competent use of adequate software packages, the element dimensions could often be significantly optimized. The aim of this paper is to accent how conservative some methods proposed in literature and the Serbian standard for concrete and reinforced concrete '87 (PBAB87) are, and to point out the advantages of the application of computers and advanced numerical methods in the design process of concrete structures, with an example of a reinforced concrete beam in a four point bending test. The ultimate bearing capacity of the beam and the load that leads to the first occurrence of cracks in concrete were taken as the most relevant parameters, and through their comparison the quality of the analytical design procedure proposed in the mentioned literature.

**Keywords:** design, bearing capacity of RC beams, cracks, first crack, FEM

### 1 UVOD

Pojava prslina u betonskim konstrukcijskim elementima bitno utiče na preraspodelu napona unutar

elementa i ponašanje konstrukcije pri daljem povećanju opterećenja. S obzirom na to da širenje prslina utiče na smanjenje krutosti betonskog elementa, neophodno je uzeti ga u obzir prilikom dimenzionisanja. Mnogi propisi i pravilnici o projektovanju konstrukcija, među

<sup>1</sup> Asistent, mast. inž. građ, Građevinsko-arhitektonski fakultet, Aleksandra Medvedeva 14, Niš

<sup>2</sup> Vanredni profesor, dr inž, Građevinsko-arhitektonski fakultet, Aleksandra Medvedeva 14, Niš

<sup>3</sup> Mast. inž. građ, Građevinsko-arhitektonski fakultet, Aleksandra Medvedeva 14, Niš

kojima i Pravilnik za beton i armirani beton '87 (PBAB 87) [1] i Evrokod (EC) [2], predlažu različite načine da se smanjenje krutosti betonskih elemenata usled pojave i razvoja prslina obuhvati prilikom proračuna.

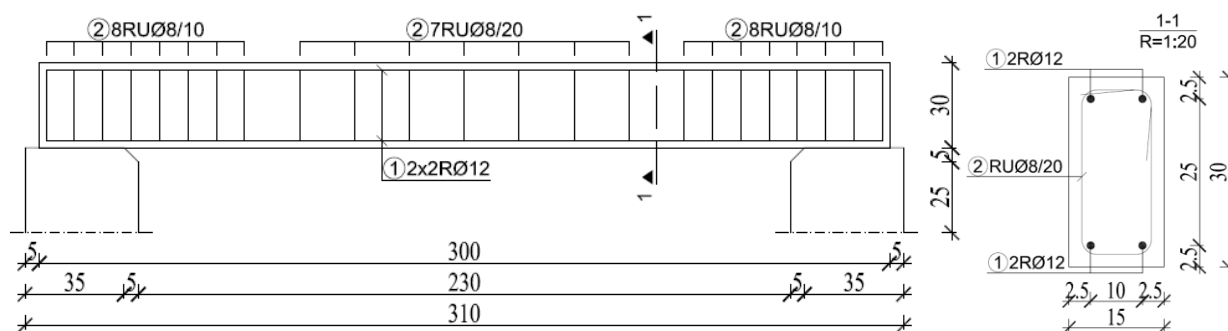
Ovi postupci proračuna predviđeni su za upotrebu bez pomoći računara, a kako bi bili podesni za primenu u svakodnevnoj inženjerskoj praksi, morala su biti uvedena izvesna uprošćenja i pretpostavke. Međutim, ove pretpostavke neretko dovode do neracionalnog korišćenja materijala i predimenzionisanja konstrukcije, što bi se, u današnje vreme široke primene relativno moćnih računara, moglo izbeći u velikoj meri. Stručnim korišćenjem odgovarajućih programskih paketa se može postići značajna optimizacija dimenzija konstrukcijskih elemenata.

U ovom radu je prikazano poređenje rezultata dobijenih analitičkim putem prema predlozima datim u domaćoj literaturi i PBAB87 i rezultata dobijenih primenom Metode konačnih elemenata (MKE) u okviru programskog paketa Ansys APDL 14.5 (ANSYS) na primeru analize proste grede od armiranog betona (AB) opterećene dvema koncentrisanim silama u trećinama raspona. Cilj rada je naglašavanje konzervativnosti nekih preporuka u pomenutoj literaturi i ukazivanje na prednosti primene savremenih računara i softvera pri projektovanju betonskih konstrukcija.

Većina savremenih propisa, među kojima su i dva pomenuta, podrazumeva dimenzionisanje elemenata prema Teoriji graničnih stanja, odnosno, pretpostavlja određivanje nosivosti konstrukcijskih elemenata prema stanju neposredno pre otkaza konstrukcije. Pošto pojava prslina u betonskim elementima umnogome utiče na njihovo dalje ponašanje, za proces dimenzionisanja je, dakle, važno poznavati ne samo vrednost opterećenja koje dovodi do kolapsa konstrukcije, već i opterećenje koje dovodi do pojave prvih prslina u dimenzionisanom elementu. Stoga su u ovom radu razmatrana upravo ta dva parametra – oni su najpre određeni analitički, a potom i numerički, te je na kraju na osnovu poređenja ovih rezultata data ocena analitičke metode.

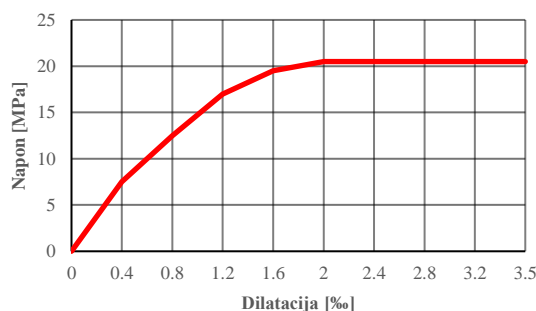
## 2 POSTAVKA PROBLEMA

Analizirana je armiranobetonska prosta greda. Dimenzije poprečnog preseka grede su  $b/h = 15/30$  cm. Greda je armirana sa 2Ø12 u donjoj i gornjoj zoni, dok su uzengije Ø8, u zoni oslonaca na rastojanju od 10 cm, a u polju na rastojanju od 20 cm. Greda se oslanja na krajevima na oslonce, dimenzija poprečnog preseka  $b/h = 30/40$  cm i visine 30 cm. Geometrija analizirane grede i plan armiranja prikazani su na *Slici 1*.

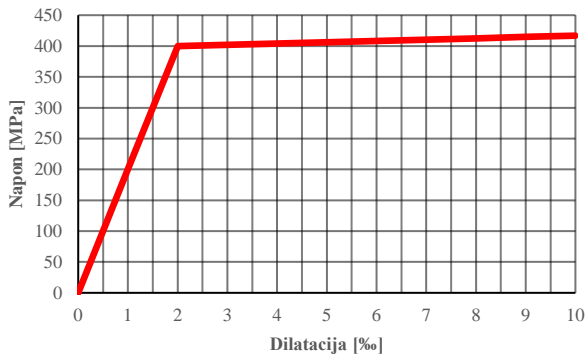


Slika 1. Podužni i poprečni presek analizirane grede

Usvojeno je da su AB greda i oslonci od betona marke MB30, pri čemu je čvrstoća na pritisak  $f_b = 20,5$  MPa, čvrstoća na zatezanje  $f_{bz} = 2,4$  MPa, a moduo elastičnosti  $E_b = 31,5$  GPa. Radni dijagram betona (dijagram napon - dilatacija) usvojen je u skladu sa preporukama Pravilnika za beton i armirani beton '87 (Sl. 2) [1]. Greda je armirana betonskim čelikom RA400/500, čiji je moduo elastičnosti  $E_a = 200$  GPa. Za čelik je usvojena bilinearna veza napona i dilatacija (Sl. 3).



Slika 2. Radni dijagram betona



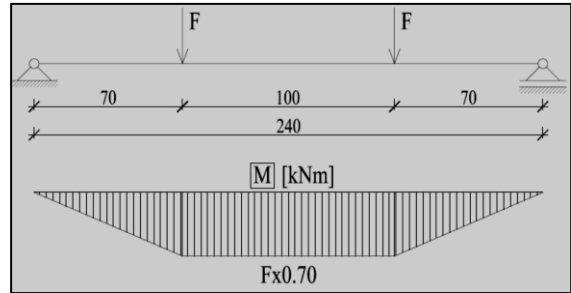
Slika 3. Radni dijagram čelika

Poasonov (*Poisson*) koeficijent za beton je  $\nu_b = 0,20$ , dok je za čelik za armiranje  $\nu_a = 0,30$ . Nakon dostizanja granice razvlačenja čelika usvojeno je da je veza napona i dilatacija proporcionalna tangენტnom modulu elastičnosti čelika  $E_{at} = 2000 \text{ MPa}$  (1 % vrednosti modula elastičnosti čelika).

### 3 MOMENT POJAVE PRSLINE I MOMENT NOSIVOSTI PRESEKA

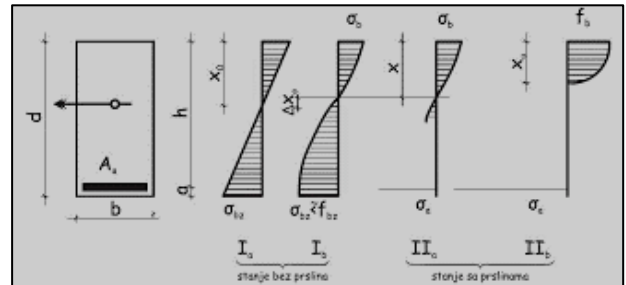
#### 3.1 Klasičan proračun (*n* teorija)

Na osnovu analize nosača (Sl. 1) zaključuje se da greda može slobodno da rotira oko tačke koja je za 30 cm udaljena od ivice grede. Zbog toga se usvaja da je nosač statičkog sistema proste grede raspona  $l = 2,40 \text{ m}$  (razmak ivica oslonaca). Greda je opterećena dvema koncentrisanim silama u preseccima koji su od oslonaca udaljeni za 70 cm, pri čemu se u srednjem delu raspona javlja čisto pravo savijanje (Sl. 4).



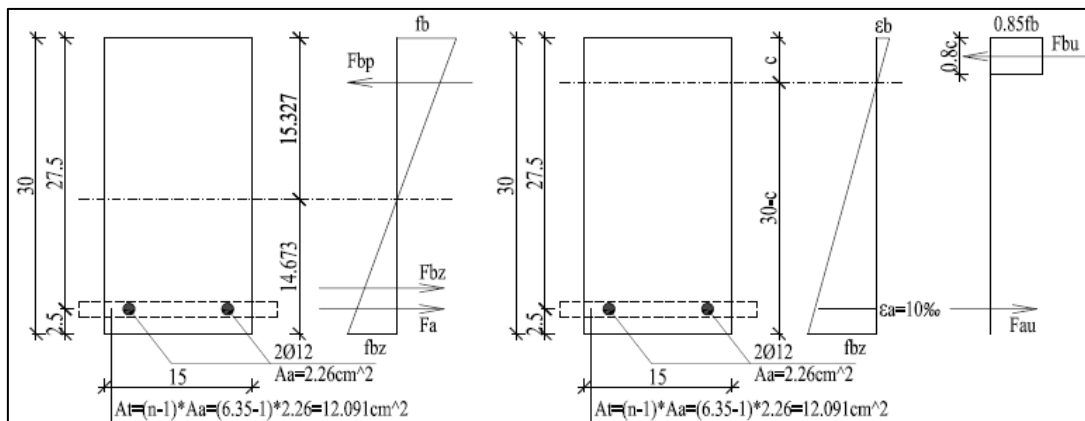
Slika 4. Statički sistem i opterećenje analiziranog nosača

U zavisnosti od veličine momenta savijanja u preseku, naponska stanja preseka definišu se sa četiri faze (Sl. 5), a detaljnije objašnjenje se može pronaći u literaturi [3-5].



Slika 5. Naponska stanja armiranobetonskih preseka

U radu je usvojeno da je raspodela dilatacija po visini preseka linearna i da se prva prslina u betonu javlja kada se u zategnutoj zoni dostigne čvrstoća betona na zatezanje. Pritisnuta armatura se zanemaruje u proračunu momenta savijanja koji dovodi do pojave prsline u betonu. Kako je presek kompozit dva materijala (betona i čelika) uvodi se koeficijent odnosa modula elastičnosti čelika i modula elastičnosti betona, a u cilju zamene površine čeličnog dela preseka ekvivalentnom betonskom površinom. Proračunski model prikazan je na slici 6.



Slika 6. Proračunski model – levo: moment pojave prsline; desno: moment nosivosti

Iz uslova da je normalni napon u krajnjem zategnutom vlaknu jednak čvrstoći betona na zatezanje sračunava se moment savijanja pri pojavi prve prslina  $M_{pr} = 5,82$  kNm, a iz statičkog sistema, konačno, i opterećenje koje izaziva pojavu prslina u betonu. Moment pojave prslina se može sračunati i preko unutrašnjih sila. Normalni napon u pritisnutim vlaknima betona i normalni napon u armaturi sračunati su uz pretpostavku linearne raspodele napona po visini poprečnog preseka. Rezultanta sile pritiska u betonu i sile zatezanja u armaturi i betonu formiraju spreg sila, pri čemu je moment sprega moment savijanja koji dovodi do pojave prslina  $M_{pr} = 5,88$  kNm. U konačnom je usvojena srednja vrednost sračunatih momenata, pa je moment savijanja koji izaziva prslinu  $M_{pr} = 5,85$  kNm, a opterećenje koje, za usvojen statički sistem i usvojene fizičko-mehaničke karakteristike materijala, izaziva pojavu prslina je  $F_{pr} = 8,36$  kN.

Za proračun graničnog momenta nosivosti armiranobetonskog preseka usvajaju se iste pretpostavke kao u proračunu momenta koji izaziva prslina. Radni dijagram betona parabola - prava se zamenjuje ekvivalentnim pravougaonim dijagramom pri čemu se nosivost betona na pritisak redukuje na 85%. Ova aproksimacija je usvojena u cilju uprošćenja analitičkog proračuna. Uvedena je pretpostavka da će lom preseka nastati usled loma armature, odnosno dostizanja dilatacije u armaturi od 10%. Takođe je pretpostavljeno da će biti dostignuta nosivost betona na pritisak u gornjoj zoni, odnosno da će dilatacija pritisnutih vlakana biti veća od 2%.

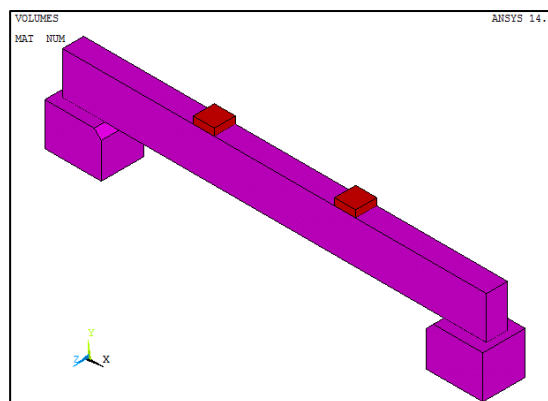
Iz uslova ravnoteže unutrašnjih sila (sila pritiska u betonu i sila zatezanja u armaturi) određuje se položaj neutralne ose, a zatim i vrednost graničnog momenta nosivosti  $M_u = 24,16$  kNm, a opterećenje koje, za usvojen statički sistem i usvojene fizičko-mehaničke karakteristike materijala, izaziva lom AB preseka je  $F_u = 34,51$  kN.

## 3.2 Proračun primenom programskog paketa ANSYS APDL 14.5

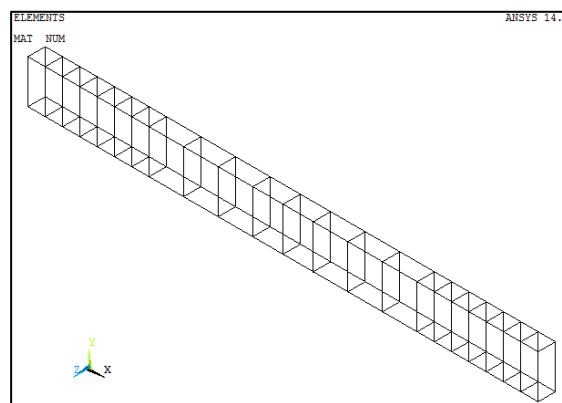
### 3.2.1 Geometrija modela, zone kontakta i konačni elementi

Primenom DesignModeler-a urađena je geometrija modela. U cilju izbegavanja koncentracije napona, opterećenje se ne nanosi u vidu koncentrisanih sila, već kao pritisak preko čeličnih ploča dimenzija 150x150x50mm. Armatura je modelirana linijski, unutar betonskog elementa. Armatura oslonaca nije modelirana jer oni nisu bili predmet analize. Unutrašnja

ivica oslonca je oborena radi ublažavanja koncentracija napona i mrvljenja betona (Sl. 1). Na slici 7 prikazan je geometrijski model celog nosača, dok je na slici 8 prikazana geometrija armature. Geometrija modela je iz DesignModeler-a izvezena u ANSYS APDL i u njemu je sproveden proračun matematičkog modela.

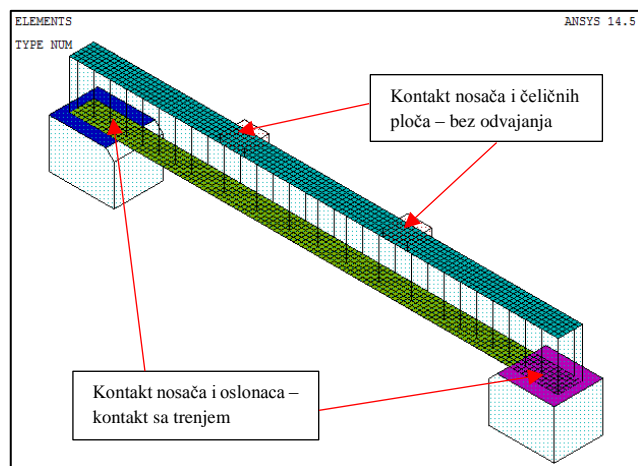


Slika 7. Geometrijski model analiziranog nosača



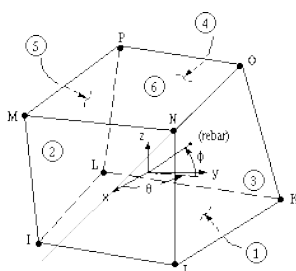
Slika 8. Geometrijski model armature

Da bi se definisala veza betonskog nosača i čeličnih ploča za nanošenje opterećenja, kao i betonskog nosača i oslonaca, neophodno je definisati kontaktne zone i kontaktne elemente (Sl. 9). Odabran je tip kontakta *No separation (always)* za vezu nosača i čeličnih ploča, koji se primenjuje kada je opterećenje takvo da neće doći do odvajanja tela u kontaktu. Veza nosača i oslonaca modelirana je standardnim kontaktom koji prenosi silu pritiska i omogućuje trenje između kontaktnih tela. Usvojen je koeficijent trenja između dve betonske površine 0,40. Ovakav kontakt ne prenosi sile zatezanja, već dozvoljava odvajanje tela u kontaktu usled takvog opterećenja. Odabir konačnih elemenata (KE) za kontakte je automatski određen softverom. Softver je kontaktnim (aktivnim) površinama dodelio konačne elemente CONTA174, a ciljnim (pasivnim) površinama konačne elemente TARGE170 [6, 7].

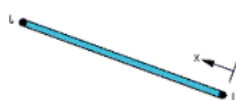


Slika 9. Zone kontakta

Za modeliranje betona primenjen je konačni element SOLID65 (Sl. 10), koji može biti armiran, što se reguliše zadavanjem procenta armiranja. To je zapreminski element sa osam čvorova i po tri translatorna stepena slobode u svakom čvoru. Karakterišu ga mogućnost simulacije prslina u tri ortogonalna pravca i mogućnost simulacije loma, pa je pogodan za modeliranje betona [6, 7]. U radu armatura nije modelirana procentom armiranja konačnog elementa SOLID65, već eksplicitno, konačnim elementom LINK180 (Sl. 11). LINK180 je linijski konačni element sa po tri translatorna stepena slobode u početnom i krajnjem čvoru, koji može da primi samo opterećenje duž svoje ose. Ovaj KE podržava i linearno i nelinearno ponašanje materijala, te je pogodan za modeliranje armature u nosaču [6, 7].



Slika 10. Konačni element SOLID65 [6]



Slika 11. Konačni element LINK180 [6]

Materijalni model betona definisan je preko mehaničkih karakteristika materijala: modula elastičnosti  $E_b = 31500$  MPa i Poasonovog (Poisson) koeficijenta  $\nu_b = 0,20$ . Radni dijagram betona (Sl. 2) definisan je kao multilinearne kriva pomoću šest tačaka (vrednosti napona za određene dilatacije), a vrednosti su prikazane u tabeli 1. Plastično ponašanje betona se definiše primenom materijalnog modela Willam-

Warnke, preko devet konstanti. Prve četiri konstante su zadate direktno, dok je softveru prepušteno da preostalih pet odredi na osnovu implementirane teorije (Tabela 2).

Tabela 1. Podaci za definisanje radnog dijagrama betona

Dilatacija [%]	Napon [MPa]
0,0001	3,15
0,0005	8,968
0,001	15,375
0,0015	19,219
0,002	20,50
0,0035	20,50

Tabela 2. Konstante za definisanje plastičnog ponašanja betona

Naziv	Oznaka	Vrednost
Koef. prenosa smicanja kod otvorene prsline	/	0,30
Koef. prenosa smicanja kod zatvorene prsline	/	0,80
Čvrstoća pri jednoaksijalnom zatezanju	$f_t$	2,40 MPa
Čvrstoća pri jednoaksijalnom pritisku	$f_c$	20,50 MPa
Čvrstoća pri dvoosnom pritisku	$f_{cb}$	$1,2f_c$
Hidrostatički pritisak	$\sigma_h^a$	
Čvrstoća pri dvoosnom pritisku uz prisustvo hidrostatičkog prit.	$f_1$	$1,45f_c$
Čvrstoća pri jednoosnom pritisku uz prisustvo hidrostatičkog prit.	$f_2$	$1,725f_c$
Koeficijen redukcije napona u trenutku nastanka prsline u KE	$T_c$	0,6 (default)

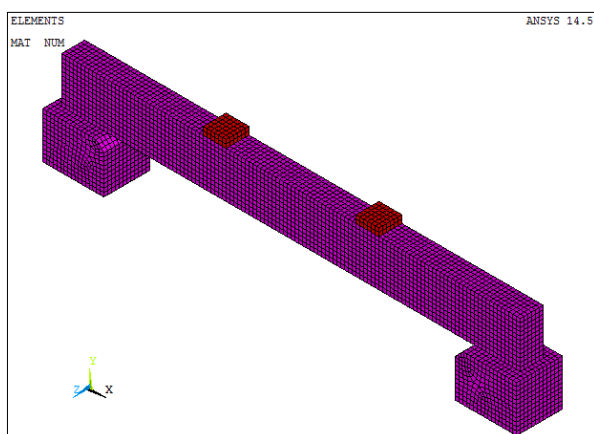
Materijalni model armature definisan je preko mehaničkih karakteristika materijala: modula elastičnosti  $E_a = 200$  GPa i Poasonovog (Poisson) koeficijenta  $\nu_a = 0,20$ . Pošto LINK180 konačni element prima samo aksijalne sile neophodno je definisati aksijalnu krutost, što se postiže zadavanjem površine poprečnog preseka konačnog elementa. Površina podužne zategnute i pritisnute armature je  $113,097\text{mm}^2$  ( $\varnothing 12$ ), a površina uzengija je  $50,265\text{mm}^2$  ( $\varnothing 8$ ). Radni dijagram materijala je definisan kao bilinearna funkcija, pri čemu je granica razvlačenja  $f_y = 400$  MPa, a tangenti moduo elastičnosti  $E_{at} = 2000$  MPa.

Čelične ploče za prenos opterećenja su modelirane konačnim elementima SOLID185. To je zapreminski konačni element sa osam čvorova i sa po tri translatorna stepena slobode u svakom čvoru [6, 7]. Čelične ploče su od materijala S355, ali je u analizi materijal modeliran kao linearno elastičan, sa modulom elastičnosti  $E_s = 200$  GPa, jer plastične deformacije čeličnih ploča nisu bile predmet analize.

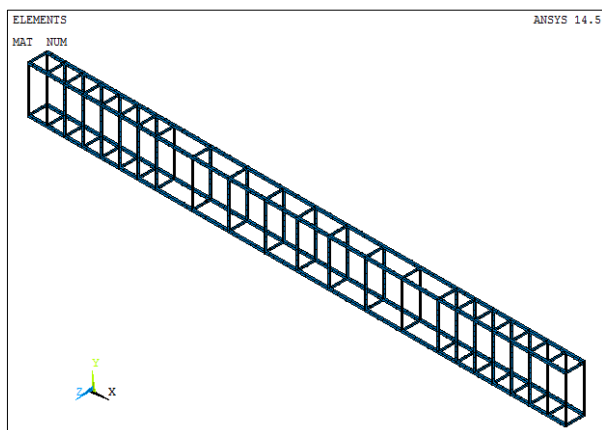
### 3.2.2 Mreža konačnih elemenata

Veličina konačnih elemenata za sve elemente je 25 mm. Da bi se obezbedilo sadejstvo betona i armature neophodno je da SOLID65 i LINK180 konačni elementi imaju zajedničke čvorove, a čime se adhezijska veza betona i armature modelira kao diskontinualna (od čvora do čvora) i idealna (bez mogućnosti proklizavanja).

Model se sastoji od 19812 elemenata i 17233 čvorova, a na slici 12 i 13 prikazani su omreženi modeli nosača i armature.



Slika 12. Mreža konačnih elemenata nosača

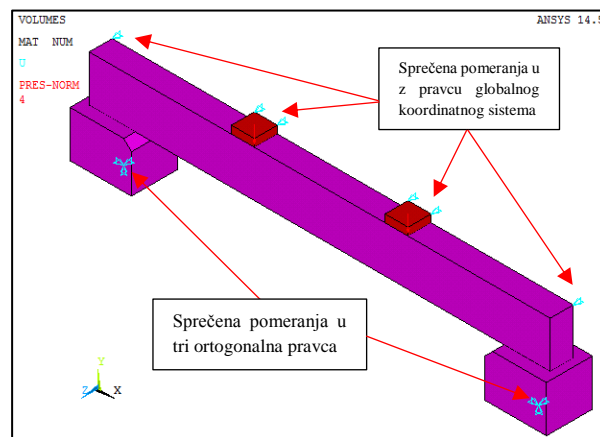


Slika 13. Mreža konačnih elemenata armature

### 3.2.3 Granični uslovi i opterećenje

Na donjim površinama oslonaca sprečena su pomeranja u sva tri pravca. Pošto se oslanjanje AB grede modelira kontaktnim elementima, dodati su i oslonci na AB gredi i čeličnim pločama kako bi se sprečilo pomeranje nosača u z-pravcu i sprečila kinematička labilnost. Ovo je neophodno jer je relativno pomeranje nosača i čeličnih ploča ograničeno samo silom trenja (Sl. 14).

Opterećenje je modelirano kao pritisak po gornjim površinama ploča za prijem opterećenja. Pritisak linearno raste do 4,0 MPa, što je ekvivalentno silama intenziteta 90 kN (Sl. 14).



Slika 14. Granični uslovi i opterećenje

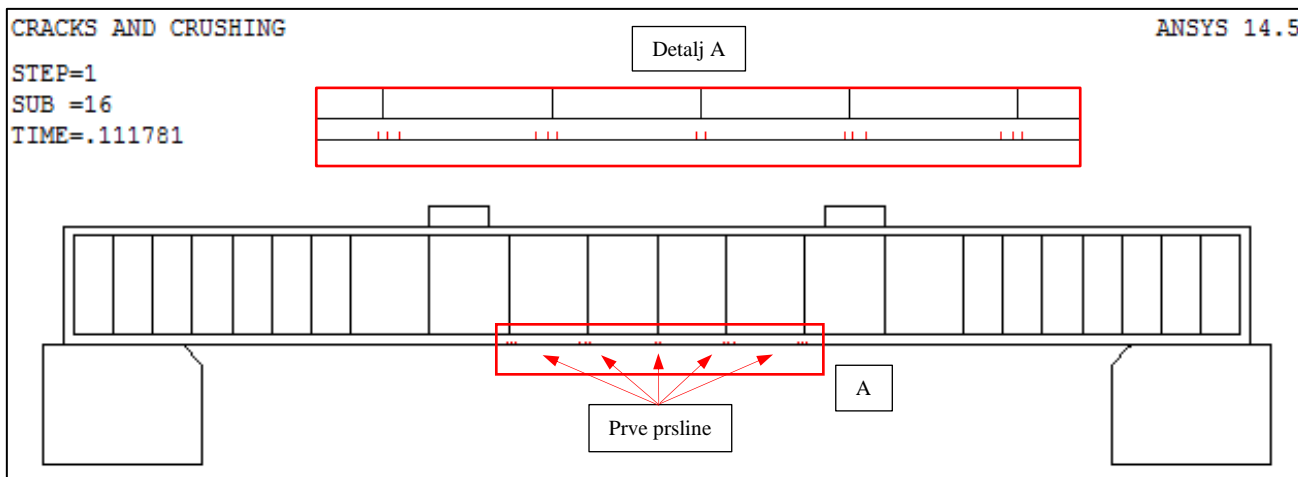
### 3.2.4 Analiza modela

Sprovedena je statička analiza nosača. Opterećenje se unosi inkrementalno sa minimalno 100, a maksimalno 1000 podkoraka. Analiza obuhvata materijalnu i geometrijsku nelinearnost. Softver primenjuje direktnu metodu za rešavanje sistema nelinearnih jednačina sa slaboposednutim (sparse) matricama [6]. Generalno, konvergencija rešenja se teško postiže u nelinearnoj analizi armiranobetonskih nosača modeliranih SOLID65 konačnim elementima. Da bi se konvergencija rešenja postigla tolerancija za uslov konvergencije po pomeranjima je zadata na 0,05%, dok je uslov konvergencije po silama potpuno isključen [8-11].

Analizirano je prostiranje prslina u nosaču, maksimalne i minimalne glavne dilatacije, maksimalni i minimalni glavni napon, pomeranje u vertikalnom pravcu (ugib) i napon u armaturi.

### 3.2.5 Rezultati i diskusija

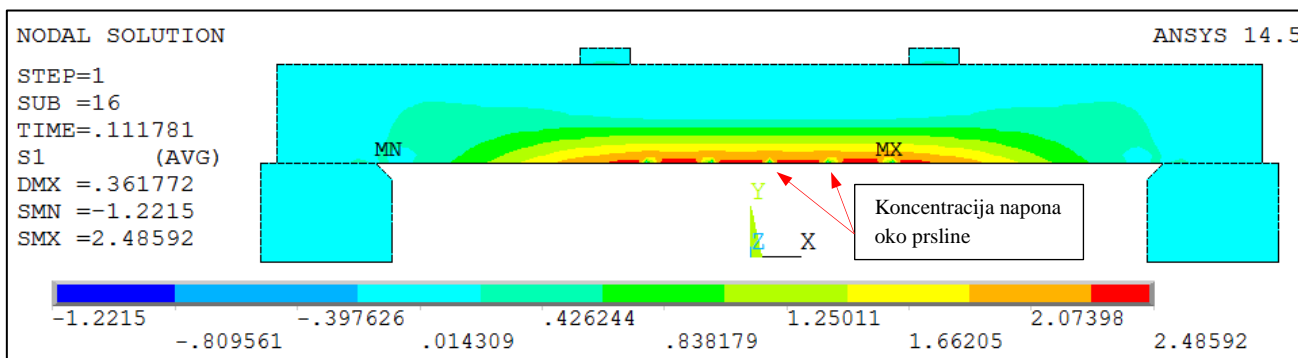
Analiza modela je divergirala u podkoraku 67, kojem odgovara sila intenziteta 54,34 kN. Prve prsline se otvaraju pri opterećenju intenziteta 10,06 kN, kojem odgovara moment savijanja 7,04 kNm (Sl. 15). Do otvaranja prvih prslina dolazi u donjoj zoni (zaštitni sloj) srednjeg dela raspona nosača, u kojoj se javljaju maksimalni momenti savijanja, odnosno maksimalni normalni naponi zatezanja, što je očekivan rezultat. Prsline se simetrično otvaraju, što je očekivano s obzirom da su sistem i opterećenje simetrični.



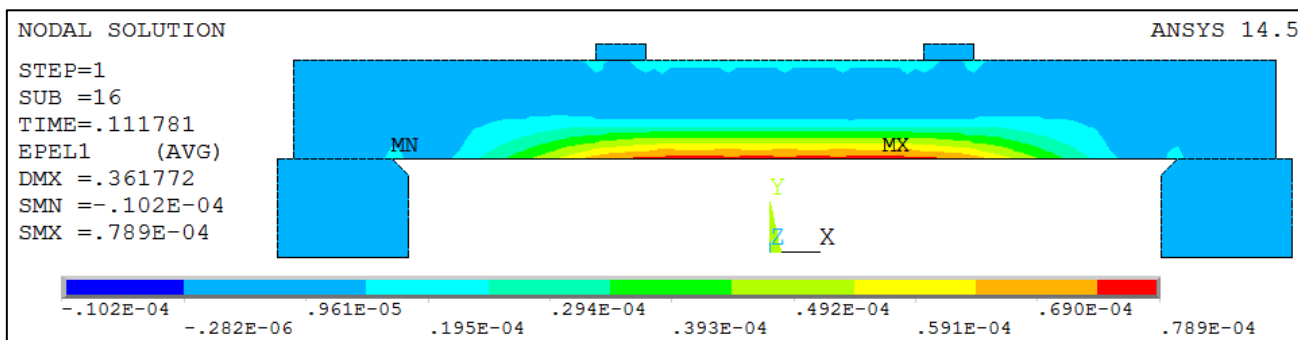
Slika 15. Otvaranje prvih prsline – sila  $P = 10,06 \text{ kN}$

Do trenutka pojave prve prsline zone naprezanja se jasno izdvajaju. Donja vlakna su zategnuta, vlakna oko ose štapa nisu napregnuta (neutralna osa), dok su gornja vlakna pritisnuta. Kada sila dostigne intenzitet 10,06 kN dolazi do preraspodele uticaja sa betona na armaturu u zoni prsline (Sl. 16-19), pri čemu je maksimalni glavni napon u betonu 2,486 MPa, a maksimalna glavna dilatacija 0,789%. Opterećenje u tom trenutku izazvalo je glavne napone zatezanja veće od čvrstoće betona pri zatezanju  $f_{bz} = 2,40 \text{ Mpa}$ , što je izazvalo otvaranje

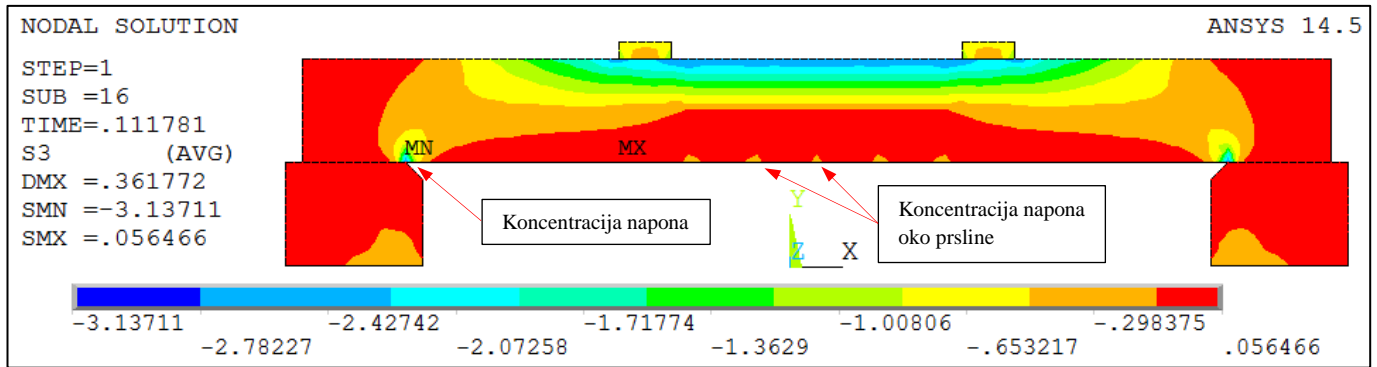
prslina u betonu. Maksimalni ugib u trenutku otvaranja prsline je 0,362 mm. Vrednosti ugiba su negativne zato što se smer ugiba ne poklapa sa pozitivnim smerom vertikalne ose globalnog koordinatnog sistema. Međutim, kako su ugibi vertikalno naniže, to će se oni u radu tretirati kao pozitivni. Došlo je do odizanja AB nosača sa oslonca, jer je tačka rotacije unutrašnja ivica oslonca, a to opravdava usvojen statički sistem u analitičkom rešenju (Sl. 20). Takođe, u toj zoni dolazi do koncentracije napona (Sl. 18).



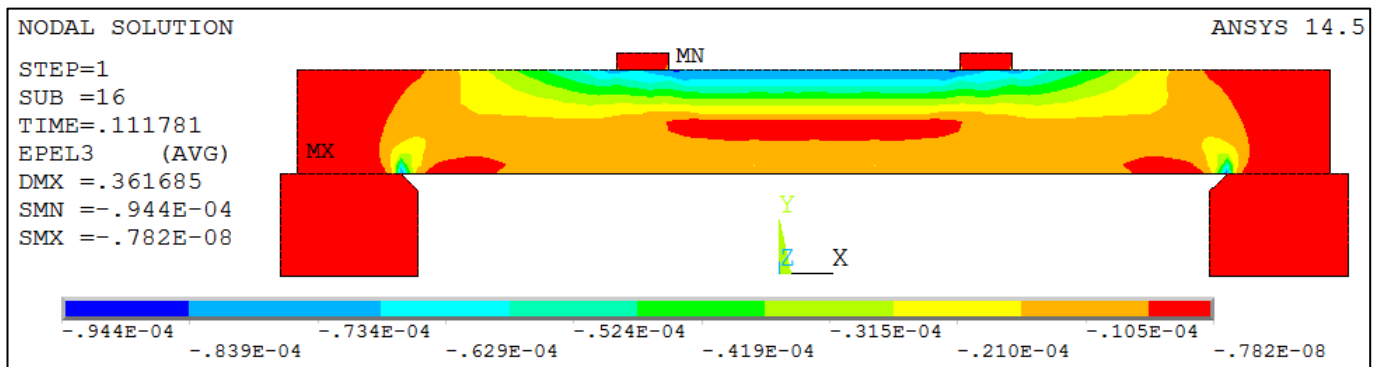
Slika 16. Glavni napon  $\sigma_1$  – max 2,486 MPa – donja zona –  $f_{bz}=2,40 \text{ MPa}$  – sila  $P = 10,06 \text{ kN}$



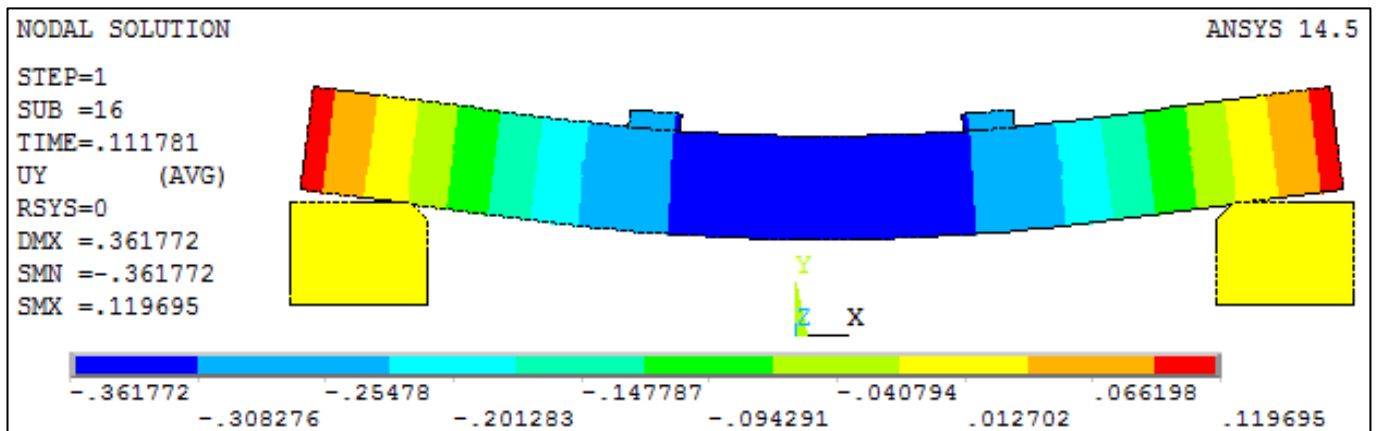
Slika 17. Glavna dilatacija  $\epsilon_1$  – max 0,789% – donja zona – sila  $P = 10,06 \text{ kN}$



Slika 18. Glavni napon  $\sigma_3$  – min 3,137 MPa – gornja zona i oslonac –  $f_b=20,50$  MPa – sila  $P = 10,06$  kN



Slika 19. Glavna dilatacija  $\epsilon_3$  – min 0,944‰ – gornja zona i oslonac – sila  $P = 10,06$  kN

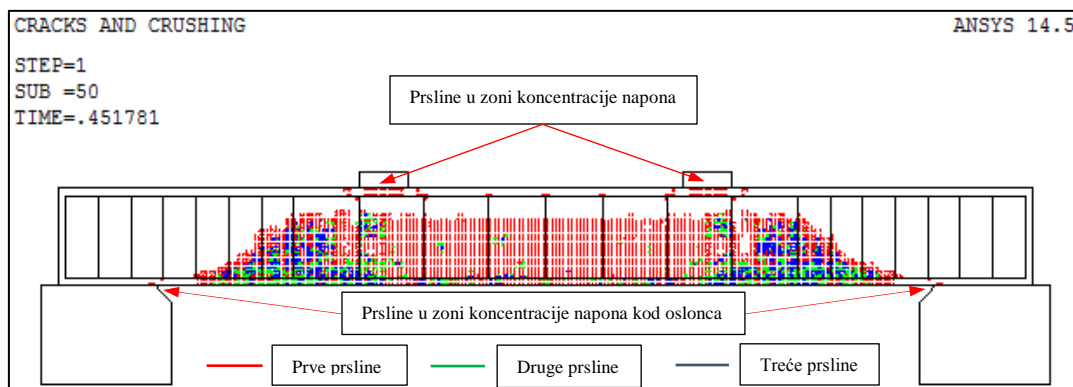


Slika 20. Ugib – max 0,362 mm – sila  $P = 10,06$  kN (prikaz deformacija uvećan radi preglednosti)

Usled daljeg povećanja opterećenja dolazi do povećavanja napona u betonu, pri čemu se povećava visina prsline u srednjem delu nosača. Takođe, otvaraju se i prsline u druga dva ortogonalna pravca, takozvane druge i treće prsline. Sa daljim povećanjem intenziteta opterećenja otvaraju se prsline i van srednjeg dela raspona. Pravac prostiranja prsline bliže osloncima nije vertikalna kao u srednjem delu raspona, već je zarotiran do

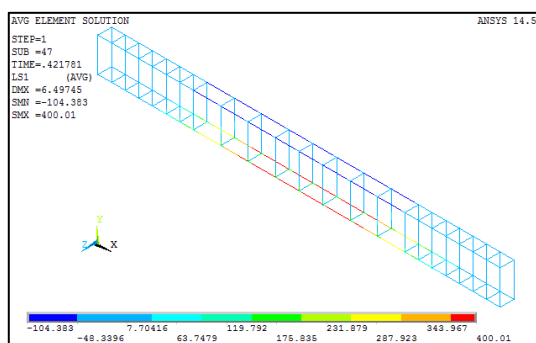
približno  $45^\circ$  kod oslonaca. To je posledica velikih smičućih napona kod oslonaca, koji utiču na to da glavni naponi zatezanja zaklapaju ugao od približno  $45^\circ$  sa osom nosača. Javlja se koncentracija napona na unutrašnjim ivicama oslonaca i na mestima unosa sile sa čeličnih ploča na beton. U tim zonama koncentracije napona javljaju se prsline usled velikih napona zatezanja u ravni upravnoj na pravac pritiska (Sl. 21).





Slika 21. Distribucija prslina i pojava prslina u zoni koncentracije napona pritiska – sila  $P = 40,66 \text{ kN}$  –

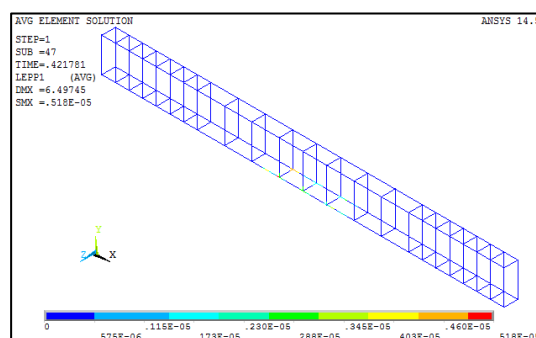
Dostizanjem intenziteta jedne sile od  $37,96 \text{ kN}$  u armaturi se javlja veći napon od napona na granici razvlačenja  $f_y = 400 \text{ MPa}$  i dolazi do plastifikacije armature u srednjem delu raspona nosača, što je očekivani rezultat s obzirom da je to zona najvećih naprezanja (Sl. 22 i 23).



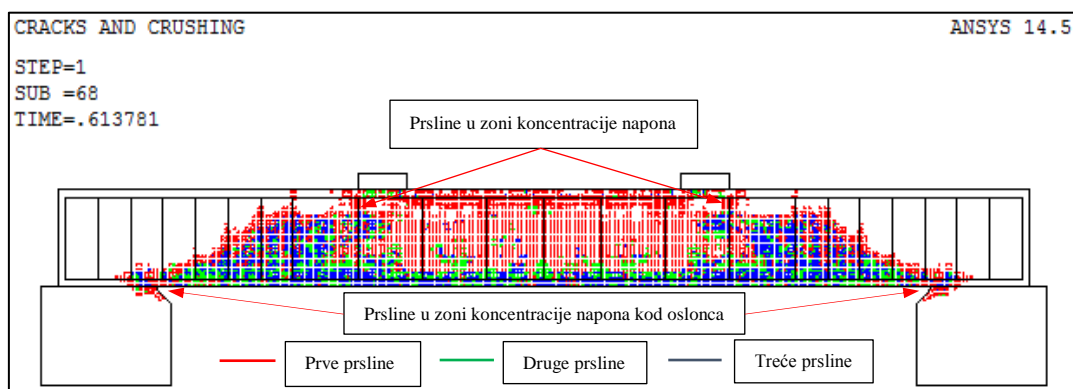
Slika 22. Napon u armaturi – max  $400,01 \text{ MPa}$   
 $f_y = 400 \text{ MPa}$  – sila  $P = 37,96 \text{ kN}$

Sa daljim povećanjem opterećenja prsline se sve brže šire i naglo se smanjuje pritisnuta zona nosača. Dostizanjem intenziteta opterećenja od  $54,34 \text{ kN}$ , kome odgovara moment savijanja  $38,04 \text{ kNm}$ ,

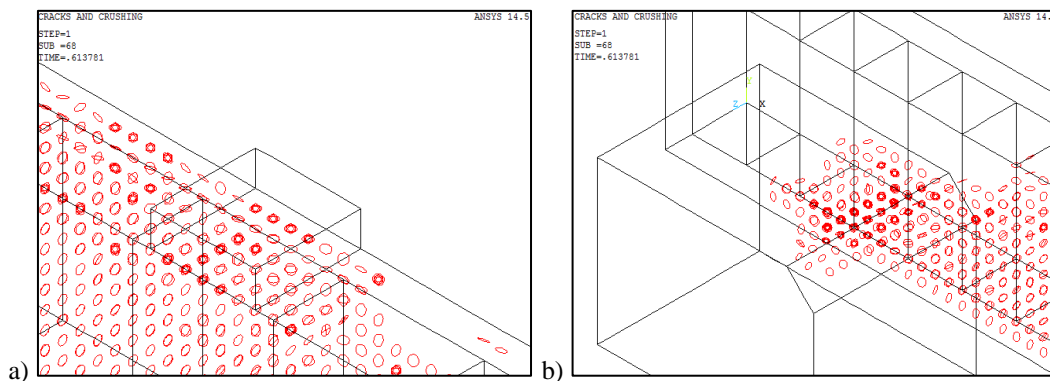
prsline se protežu celom visinom nosača, što ukazuje na potpuni kolaps konstrukcije, usled čega je i rešenje divergiralo u tom podkoraku (Sl. 24). Naponi pritiska rastu i dolazi do mrvljenja betona u pritisnutoj zoni i u zoni oslanjanja (Sl. 25 – crveni tetraedri). Analiziranjem napona u nosaču pri ovom opterećenju zaključuje se da je materijal izgubio nosivost (Sl. 26 i 27). Maksimalni napon u armaturi je  $413,738 \text{ MPa}$ , a plastične dilatacije armature su  $6,8 \%$  (Slika 28 i 29). Maksimalna vrednost ugiba nosača je  $21 \text{ mm}$  (Sl. 30).



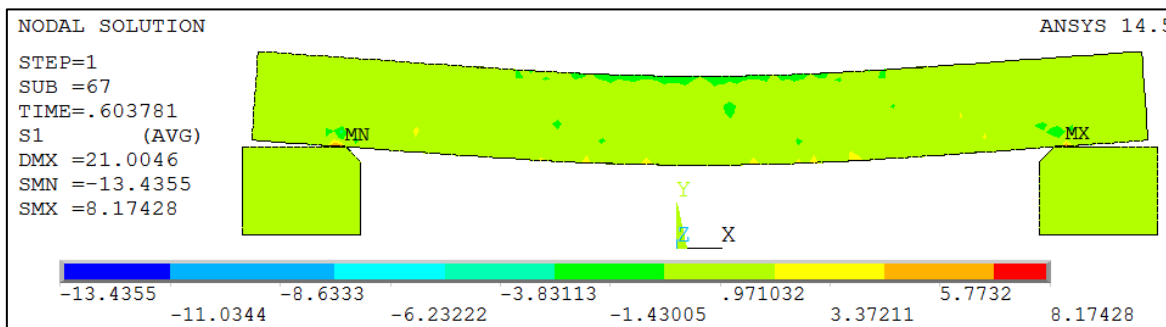
Slika 23. Plastična dilatacija armature – max  $0,00518 \%$   
sila  $P = 37,96 \text{ kN}$



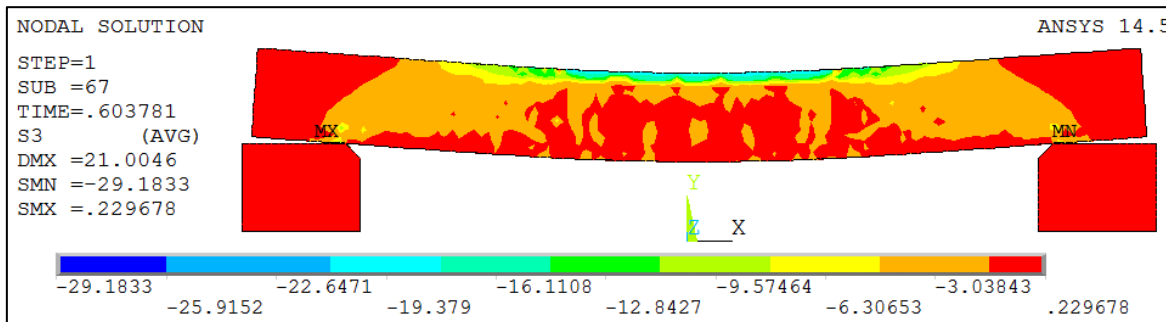
Slika 24. Distribucija prslina u trenutku kolapsa konstrukcije – sila  $P = 54,34 \text{ kN}$



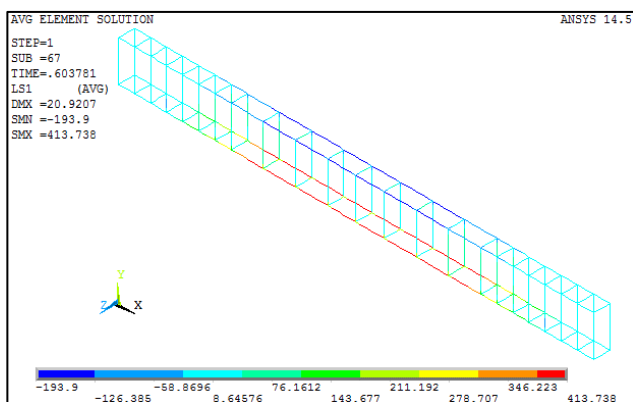
Slika 25. Mrvljenje betona – a) zona opterećenja – b) zona oslonca (crveni tetraedri) – sila  $P = 54,34 \text{ kN}$



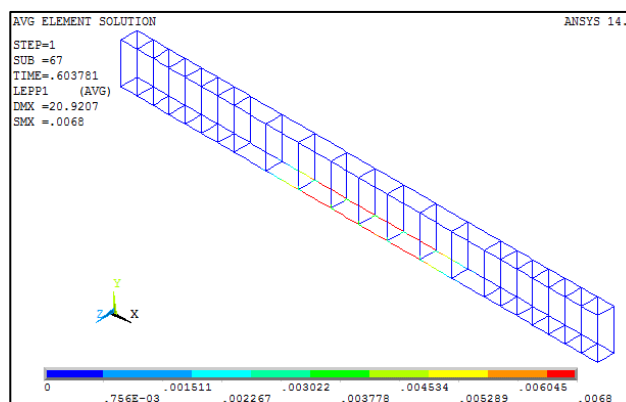
Slika 26. Glavni napon  $\sigma_1$  – max 8,174 MPa – gubitak nosivosti materijala – sila  $P = 54,34 \text{ kN}$



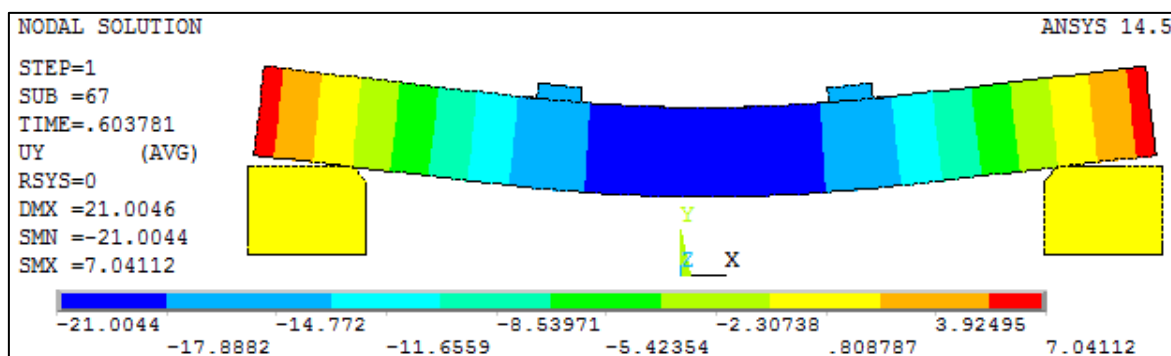
Slika 27. Glavni napon  $\sigma_3$  – min 29,183 MPa – gubitak nosivosti materijala – sila  $P = 54,34 \text{ kN}$



Slika 28. Napon u armaturi – max 413,738 Mpa sila  $P = 54,34 \text{ kN}$

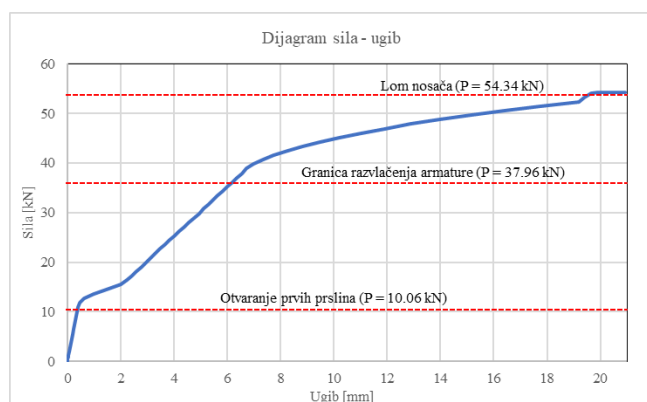


Slika 29. Plastične dilatacije u armaturi – max 6,8 % sila  $P = 54,34 \text{ kN}$



Slika 30. Ugib – max 21mm – sila  $P = 54,34\text{kN}$

Na slici 31 prikazana su vertikalna pomeranja (ugibi) u funkciji intenziteta opterećenja. Ovakva zavisnost je karakteristična za slabije armirane preseke kod kojih dolazi do velikih ugiba usled prirasta opterećenja. Na taj način se jednovremeno dostiže i nosivost armature i nosivost betona, čemu se i teži pri dimenzionisanju armiranobetonskih konstrukcija. Za razliku od slabo armiranih preseka, kod jako armiranih preseka dolazi do krto groma, jer dolazi do prekoračenja nosivosti betona na pritisak, a da nije došlo do velikih deformacija nosača. Jasno se uočava da ugibi rastu približno linearno do pojave prslina u nosaču. Zatim ugibi rastu bez značajnijeg prirasta opterećenja, nakon čega se uspostavlja ponovo približno linearna zavisnost ugiba i opterećenja, jer se u zategnutoj zoni u potpunosti aktivira armatura. Nakon dostizanja granice razvlačenja u armaturi dolazi do velikog prirasta ugiba za mali prirast opterećenja i to je karakteristično sve do loma nosača. Lom nosača se karakteriše naglim prirastom deformacija bez prirasta opterećenja (poslednja grana u dijagramu na slici 31).



Slika 31. Zavisnost ugiba nosača u polovini raspona od intenziteta opterećenja

#### 4 UPOREDNA ANALIZA REZULTATA

U tabeli 3 prikazana je uporedna analiza opterećenja, odnosno momenta savijanja, koji izaziva otvaranje prslina i graničnog opterećenja, odnosno momenta nosivosti, za analitički i numerički proračun.

Tabela 3. Uporedna analiza rezultata analitičkog i numeričkog proračuna

	Analitički proračun (A)	Numerički proračun (N)	N - A [%]
Opt. pri pojavi prslina [kN] (moment pojave prslina [kNm])	8.36 (5.85)	10.06 (7.04)	<b>20.33</b>
Opt. pri lomu nosača [kN] (moment loma nosača [kNm])	34.51 (24.16)	54.34 (38.04)	<b>57.46</b>

Zaključuje se da je analitičkim proračunom sračunata manja vrednost opterećenja, odnosno momenta savijanja, koji izaziva otvaranje prslina u nosaču za približno 20%. Veća razlika se dobija kod opterećenja, odnosno momenta savijanja, pri lomu nosača, približno 57%. Ove razlike su jednim delom posledica usvojenih pretpostavki u analitičkom proračunu i zanemarivanja nosivosti pritisnute armature.

#### 5 ZAKLJUČCI

Na osnovu svega izloženog u radu mogu se formulisati sledeći zaključci:

- nosivost AB preseka bitno zavisi od visine (dubine) prslina, pa je neophodno poznavati moment pojave prslina,

- razlika u opterećenju, odnosno momentu savijanja, koji izaziva otvaranje prslina u nosaču sračunatog analitičkim i numeričkim postupkom je približno 20%,
- opterećenje, odnosno moment savijanja, pri lomu nosača sračunat analitičkim i numeričkim postupkom se razlikuje za oko 57%,
- razlike u analitičkom i numeričkom proračunu su jednim delom posledica usvojenih pretpostavki i zanemarivanja nosivosti pritisnute armature u analitičkom proračunu, što za posledicu ima da je analitički proračun predložen u literaturi i propisima konzervativan.
- numerički proračun omogućava kompleksnije trodimenzionalne analize, obuhvatanje uticaja pritisnute armature i uzengija, obuhvatanje koncentracije napona, pa kao takav daje nešto veće vrednosti momenta savijanja koji izaziva pojavu prslina i momenta savijanja pri lomu nosača u odnosu na analitički proračun,
- metod konačnih elemenata predstavlja moćan alat u analizi konstrukcija.

U daljem istraživanju ponašanja AB proste grede opterećene koncentrisanim silama u trećinama raspona treba analizirati:

- kako se menja moment pojave prslina u betonu i nosivost preseka kada se menja procenat armiranja,
- kako se menja moment pojave prslina u betonu i nosivost preseka kada se zadržava isti procenat armiranja, a menja prečnik i broj šipki armature,
- koliki je udeo pritisnute armature u nosivosti preseka.

Neophodno je sprovesti eksperimentalna istraživanja u cilju verifikacije usvojenog

analitičkog i numeričkog modela za analizu AB grede.

## LITERATURA

- [1] *Priručnik za primenu Pravilnika BAB 87*, Jugoslovensko društvo za ispitivanje i istraživanje materijala i konstrukcija, 1989, Beograd.
- [2] *Eurocode 2: Design of concrete structures, Part 1-1: General rules and rules for buildings*, British standard, BS EN 1992-1-1:2004 E, ICS 91.010.30; 91.080.40.
- [3] *Armirani beton 1*, Ž. Radosavljević, IRO "Građevniska knjiga", 1985, Beograd.
- [4] *Armirani beton 2*, Ž. Radosavljević, IRO "Građevniska knjiga", 1986, Beograd.
- [5] *Armirani beton 3*, Ž. Radosavljević, IRO "Građevniska knjiga", 1989, Beograd.
- [6] *Ansys Theory Reference for the Mechanical APDL and Mechanical Applications*, April 2009.
- [7] Matematičko modeliranje veza u konstrukcijama – autorizovana predavanja, T. Vacev, 2016.
- [8] *Crack Identification in Reinforced Concrete Beams Using ANSYS Software*, L. Dahmani, A. Khennane, *Strength of Materials*, Vol. 42, No 2, 2010, str. 232-240.
- [9] *Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures Subjected to Impact Loads*, C. Neriman, Master Thesis, 2010, Izmir.
- [10] *Parametric study on Nonlinear Finite Element Analysis on flexural behaviour of RC beams using ANSYS*, G. Vasudevan, S. Kothandaraman, *International Journal of Civil and Structural Engineering*, Volume 2, No 1, 2011, str. 98-111.
- [11] *Flexural Behavior of Reinforced and Prestressed Concrete Beams using Finite Element Analysis*, J. Wolanski, Master Thesis, Milwaukee, Wisconsin, 2004.