

UDK 517.443:551.577(497.11 Niš)

PRIMENA FURIJEOVIH TRANSFORMACIJA ZA PREDSTAVLJANJE VREMENSKIH SERIJA PADAVINA NA TERITORIJI NIŠA

Mladen Milanović¹, Milan Gocić², Lazar Velimirović³, Slaviša Trajković⁴

Rezime: Padavine predstavljaju najvarijabilniji klimatski parametar u prostoru i vremenu. Svaka promena padavina direktno se odražava na stanje klime. Uspešno praćenje i analiziranje padavina predstavlja jedan od značajnijih koraka u sagledavanju promena klime. U radu su analizirane godišnje padavine na teritoriji grada Niša za period od 1946. do 2011. godine, uz pomoć Furijeovih transformacija i periodograma. Periodogram se koristi sa ciljem definisanja periodičnosti, odnosno određivanja intenziteta periodičnosti u definisanim frekvencijama. Periodogram za posmatrani period pokazuje da nema značajnih perioda padavina u Nišu.

Ključne reči: padavine, Furijeove transformacije, periodogram.

APPLICATION OF FOURIER'S TRANSFORMS FOR DISPLAYING OF PRECIPITATION TIME SERIES IN THE NIS TERRITORY

Abstract: Precipitation is one of the most variable climatic parameters in space and time. Any change in precipitation directly affects the state of the climate. Successful monitoring and analyzing of precipitation is one of the most important steps in understanding climate change. The paper analyzes the annual precipitation in the city of Nis for the period from 1946 to 2011 using the Fourier transforms and the periodogram. Periodogram is used to define periodicity, i.e. to determine the intensity of periodicity at defined frequencies. Periodogram for the reporting period shows no significant periods of precipitation in Nis.

Keywords: precipitation, Fourier transform, periodogram.

1 master inž. Mladen Milanović, mmsmladen@gmail.com, Građevinsko-arhitektonski fakultet Univerziteta u Nišu

2 dr Milan Gocić, mgocic@yahoo.com, Građevinsko-arhitektonski fakultet Univerziteta u Nišu

3 dr Lazar Velimirović, velimirovic.lazar@gmail.com, Matematički institut SANU, Kneza Mihaila 36, Beograd

4 dr Slaviša Trajković, slavisa@gaf.ni.ac.rs, Građevinsko-arhitektonski fakultet Univerziteta u Nišu

1. UVOD

Promene u padavinskom režimu neposredno utiču na klimu, a preko nje na poljoprivredu, vodni režim i živi svet. U cilju uspešnog predviđanja i suzbijanja posledica poplava i suša, neophodno je sprovesti detaljnu analizu padavina, kao klimatskog parametra koji neposredno utiče na njih. U svetu su se mnogi naučnici bavili proučavanjem padavina [1-4, 14-18].

Sezonske varijacije klimatskih i hidroloških parametara uspešno se mogu modelirati, a samim tim analizirati i pratiti uz pomoć periodičnih funkcija, koje se mogu aproksimirati Furijeovim transformacijama [12].

Laguardia (2011) [5] je posmatrao padavine na teritoriji Italije uz pomoć Furijeovih serija. Koristio je mesečne vrednosti padavina sa 2043 stanice kako bi u potpunosti obuhvatio teritoriju Italije, i pri tom je došao do zaključka da su Furijeove serije pogodne za umanjenje geostatističkih problema. Primenu Furijeovih transformacija na padavinama sproveli su i Asfhar i Fahmi (2012) [6] u Iranu, Bal i Bose (2010) [7] za period od 1901. do 2000. godine u Australiji, Kanadi, Etiopiji, Grenlandu, Velikoj Britanji, Indiji, Islandu, Japanu, Sjedinjenim Američkim Državama, Južnoj Africi i Rusiji.

U literaturi postoje brojni primeri analize padavina na teritoriji Srbije [8-10, 19-21], dok je primena matrica kovarijanse i korelacije na standardizvani indeks padavina za teritoriju Srbije sprovedena u [11].

U ovom radu analizirane su godišnje padavine za grad Niš u periodu od 1946. do 2011. godine. Analiza je sprovedena korišćenjem Furijeovih transformacija i periodograma, sa ciljem da se utvrdi periodičnost padavina.

2. MATERIJAL I METOD RADA

2.1. OBLAST PROUČAVANJA I PODACI

U radu su korišćeni podaci uzeti sa sinoptičke stanice u Nišu. Grad Niš se nalazi na reci Nišavi i to na 43° 19' severne geografske širine i 21° 54' istočne geografske dužine, na nadmorskoj visini od 201 m. Sa površinom od 597 km² predstavlja najveći grad jugoistočne Srbije. U Nišu preovladava umereno-kontinentalna klima, sa godišnjim padavinama od 589.6 mm. Prosečno u toku godine ima 123 kišovita dana.

Od podataka korišćene su godišnje padavine za grad Niš, koje su uzete iz meteoroloških godišnjaka koje izdaje Republički hidrometeorološki zavod Srbije (RHMZ).

2.2. METOD RADA

Kako bi se sprovedla analiza padavina preko Furijeovih transformacija i periodograma, neophodno je raspolagati adekvatnom vremenskom serijom podataka [13].

Kovarijanse predstavlja statistički izraz za korelaciju između dve promenljive pomnožen standardnom devijacijom za svaku od promenljivih i definiše se sledećom jednačinom [22]:

$$\sigma_{xy} = cov(x, y) = E[(x - \mu_x)(y - \mu_y)] \quad (1)$$

gde su μ_x i μ_y srednje vrednosti promenljivih x i y a $E[x]$ je matematičko očekivanje slučajne promenljive x .

Kako je u ovom radu posmatrana samo jedna promenljiva, koristi se poseban oblik kovarijanse koji se zove autokovarijanse definisana izrazom:

$$r_k = cov(x_i, x_{i+k}) = E[(x_i - \mu)(x_{i+k} - \mu)] \quad (2)$$

Elementi autokovarijanse se izračunavaju preko izraza:

$$r_0 = cov(x_i, x_{i+0}) = E[(x_i - \mu)^2] = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \quad (3)$$

$$r_k = cov(x_i, x_{i+k}) = \frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^{N-k} [x_i x_{i+k} - \mu^2], k=0,1,\dots \quad (4)$$

gde je x_i slučajna promenljiva, μ srednja vrednost promenljive x , a N ukupan broj podataka.

Korelacija podrazumeva analizu povezanosti između vrednosti slučajnih promenljivih.

Koeficijent korelacije za dve slučajne promenljive x i y definiše se kao [22]:

$$\rho_{xy} = corr(x, y) = \frac{E[(x - \mu_x)(y - \mu_y)]}{\sqrt{E(x - \mu_x)^2} \sqrt{E(y - \mu_y)^2}} \quad (5)$$

Kovarijanse predstavlja dimenzionalnu količinu podataka i ima za cilj da se odredi autokorelacija. Autokorelaciju za kašnjenje k moguće je definisati preko izraza:

$$\rho_k = \rho(k) = \frac{E[(x_i - \mu)(x_{i+k} - \mu)]}{\sqrt{E[(x_i - \mu)^2]} \sqrt{E[(x_{i+k} - \mu)^2]}} = \frac{r_k}{r_0} \quad (6)$$

Autokorelaciona funkcija ima vrednost u opsegu od -1 do +1.

Furijeove transformacije imaju za cilj da aproksimiraju parametre periodičnih funkcija [23]. Furijeova serija se dobija kao:

$$x(t) = a_0 + \sum_{i=1}^m \left[a_i \cos\left(\frac{2\pi it}{N}\right) + b_i \sin\left(\frac{2\pi it}{N}\right) \right] \quad (7)$$

gde je i/N frekvencija, a a_0 , a_i i b_i su Furijeovi koeficijenti.

Furijeovi koeficijenti predstavljaju amplitude sinusnog i kosinusnog talasa i određuju se na osnovu sledećih jednačina:

$$a_0 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x_i \quad (8)$$

$$a_i = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N x(t) \cos\left(\frac{2\pi it}{N}\right) \quad (9)$$

$$b_i = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N x(t) \sin\left(\frac{2\pi it}{N}\right) \quad (10)$$

Proračun Furijeovih koeficijenata sproveden je uz pomoć programskog paketa MATLAB.

Periodogram predstavlja najjednostavniji način za procenu spektra snage. Da bi se primenio neophodno je najpre odrediti diskretnu Furijeovu transformaciju, a zatim kvadrirati amplitude dobijenih rezultata. Proračun periodograma se zasniva na sledećoj jednačini:

$$P(i/N) = \frac{N}{2} (a_i^2 + b_i^2), i = 1, 2, \dots, m; m = \frac{N-1}{2} \quad (11)$$

Ako je N paran broj onda za $N = 2m$ i $i = 1, 2, \dots, m-1$, koriste se jednačine (9-11), a za $i = m$ koristi se:

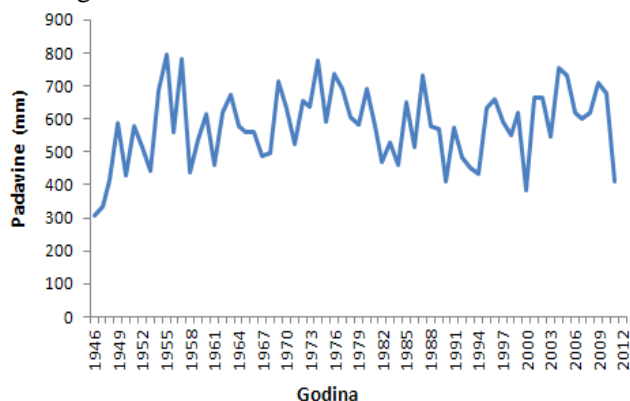
$$a_m = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (-1)^t x_i(t) \quad (12)$$

$$b_m = 0 \quad (13)$$

$$P(m/N) = P(0,5) = Na_m^2 \quad (14)$$

3. REZULTATI I DISKUSIJA

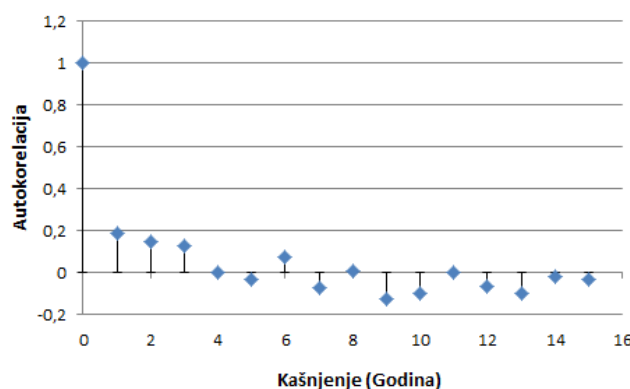
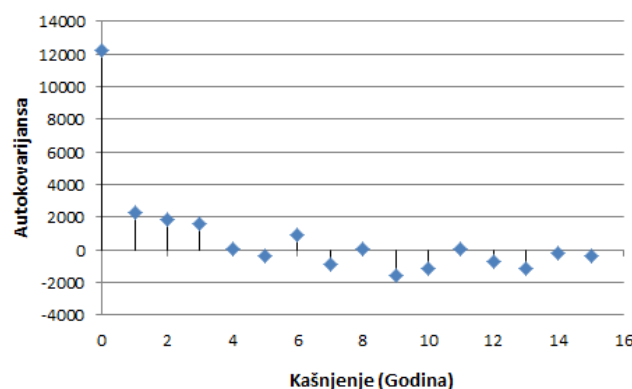
Na slici 1 prikazana je vremenska raspodela godišnjih padavina za grad Niš za period od 1946. do 2011. godine.



Slika 1 – Godišnje padavine za grad Niš

Najveće vrednosti godišnjih padavina zabeležene su 1955. i 1957. godine sa vrednostima od 794 mm i 783 mm, respektivno. Godina 1946., bila je godina sa najmanjim godišnjim padavinama u celom posmatranom periodu i to sa vrednošću od 306 mm. Prosečna vrednost godišnjih padavina za posmatrani period iznosila je 578 mm, a varijansa je bila 12374 mm², dok je prosek redukovanih serija 0.

Vrednosti autokovarijanse i autokorelacija za Niš prikazane su na slici 2. Opseg za koji je posmatrano kašnjenje iznosi 15 godina.

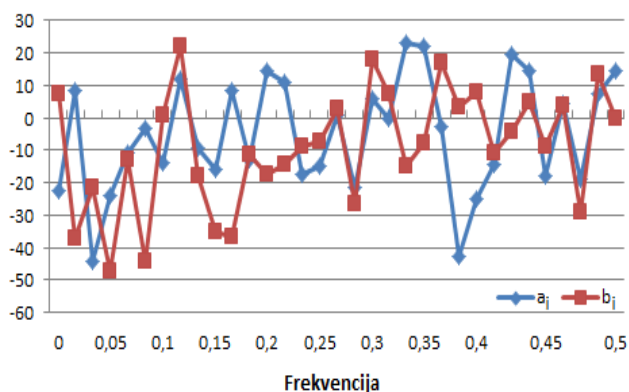


Slika 2 – Autokovarijanse i autokorelacija

Sa slike 2 se može uočiti da vrednosti koeficijenata autokovarijanse i autokorelacije imaju isti odnos veličina po godinama, ali različitim intenziteta.

Sem početne vrednosti koeficijenta autokorelacije, ostale vrednosti koeficijenata su grupisane oko 0 pa samim tim pokazuju nisku povezanost promenljivih.

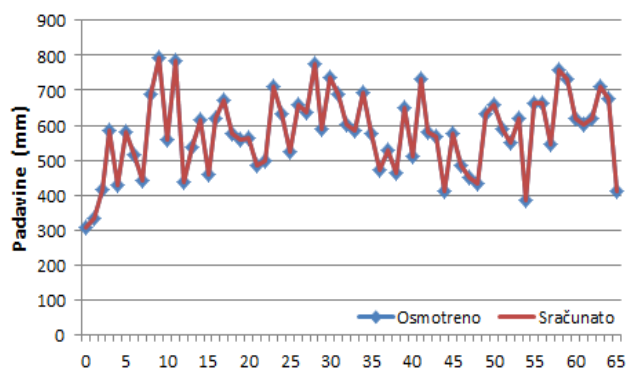
Na slici 3 prikazane su vrednosti Furijeovih koeficijenata u frekventnom domenu.



Slika 3 – Furijeovi koeficijenti

Vrednosti Furijeovih koeficijenata variraju u celokupnom frekventnom domenu, i gotovo se ne može izdvojiti frekvencija na kojoj oni imaju približne vrednosti.

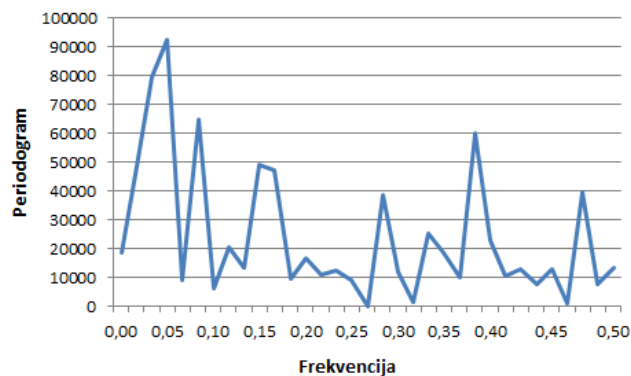
Osmotrene i izračunate vrednosti godišnjih padavina su prikazane na slici 4.



Slika 4 – Osmotrene i izračunate padavine za period od 1946. do 2011. godine

Uz pomoć Furijeovih transformacija izračunate su vrednosti godišnjih padavina, i njihovim poređenjem sa osmotrenim vrednostima padavina uočava se potpuno poklapanje vrednosti.

Periodogram godišnjih padavina za grad Niš za period od 1946. do 2011. godine prikazan je na slici 5. Sa slike se može uočiti da na definisanim kontinualnim vrednostima frekvencije ne postoje značajni periodi godišnjih padavina na teritoriji grada Niša. Takođe se uočava i da posmatrana serija ima veliku disperziju.



Slika 5 – Periodogram godišnjih padavina

4. ZAKLJUČAK

U radu su analizirane godišnje padavine za grad Niš od 1946. do 2011. godine, sa ciljem utvrđivanja periodičnosti. Periodičnost je posmatrana preko periodograma koji je određen na osnovu Furijeovih transformacija. Utvrđeno je da nema cikličnosti padavina na teritoriji grada Niša.

Sledeća istraživanja obuhvatiće ispitivanje periodičnosti padavina na području Srbije, a takođe i primenu spektralne analize na sve klimatske parametre na teritoriji Srbije u što dužim vremenskim nizovima.

ZAHVALNOST

Rezultati istraživanja prikazani u radu su finansirani u okviru projekta Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije br. 37003 “Razvoj hidro-informacionog sistema za praćenje i ranu najavu suša” kao i projekta Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije preko Matematičkog institut SANU br. 44006 “Razvoj novih informaciono-komunikacionih tehnologija, korišćenjem naprednih matematičkih metoda, sa primenama u medicini, energetici, telekomunikacijama, e-upravi i zaštiti nacionalne baštine”.

LITERATURA

- [1] *Evaluation of spatial and temporal characteristics of rainfall in Malawi: a case of data scarce region*, Ngongondo, C., Xu, C.Y., Gottschalk, L., Alemaw, B., *Theoretical and Applied Climatology* 106, 79-93, 2011.
- [2] *Spatial and temporal variability of precipitation and drought in Portugal*, Martins, D.S., Raziei, T., Paulo, A.A., Pereira, L.S., *Natural Hazards and Earth System Sciences* 12, 1493-1501, 2012.

- [3] *Temporal trends and spatial characteristics of drought and rainfall in arid and semiarid regions of Iran*, Tabari, H., Abghari, H., Hosseinzadeh Talaei, P., *Hydrological Processes* 26 (22), 3351-3361, 2012.
- [4] *Temporal variability of precipitation over Iran: 1966–2005*. Tabari, H., Hosseinzadeh Talaei, P., *Journal of Hydrology* 396 (3–4), 313–320, 2011.
- [5] *Representing the precipitation regime by means of Fourier series*, Laguardia, G., *International Journal of Climatology* 31, 1398-1407, 2011.
- [6] *Rainfall Forecasting Using Fourier Series*, Afshar, N.R., Fahmi, H., *Journal of Civil Engineering and Architecture* 6 (9), 1258-1262, 2012.
- [7] *A climatological study of the relation among solar activity, galactic cosmic ray and precipitation on various regions over the globe*, Bal, S., Bose, M., *Journal of Earth System Science* 119 (2), 201-209, 2010.
- [8] *Analysis of precipitation and drought data in Serbia over the period 1980-2010*, Gocic, M., Trajkovic, S., *Journal of Hydrology* 494, 32-42, 2013.
- [9] *Analysis of changes in meteorological variables using Mann-Kendall and Sen's slope estimator statistical tests in Serbia*, Gocic, M., Trajkovic, S., *Global and Planetary Change* 100, 172-182, 2013.
- [10] *Spatio-temporal patterns of precipitation in Serbia*, Gocic, M., Trajkovic, S., *Theoretical and Applied Climatology* 117 (3-4), 419-431, 2014.
- [11] *Primena matrice kovarijanse i korelacije na podacima dobijenim standardizovanim indeksom padavina*, Milanović, M., Gocić, M., Trajković, S., *Zbornik radova Građevinsko-arhitektonskog fakulteta*, Niš, 28, 103-112, 2013.
- [12] *Marginalne raspodele kumulativnih dnevnih padavina na prostoru Srbije*, Mihailović, V., Radić, Z.M., *Vodoprivreda* 42, 39-54, 2010.
- [13] *Entropy theory and its application in environmental and water engineering*, Singh, V.P., John Wiley and Sons, 2013.
- [14] *Evolution and frequency (1970–2007) of combined temperature–precipitation modes in the Spanish mountains and sensitivity of snow cover*, Morán-Tejeda, E., Herrera, S., López-Moreno, J. I., Revuelto, J., Lehmann, A., Beniston, M., *Regional Environmental Change* 13 (4), 873-885, 2012.
- [15] *Trends in joint quantiles of temperature and precipitation in Europe since 1901 and projected for 2100.*, Beniston, M., *Geophysical Research Letters* 36, 1-6, 2009.
- [16] *Daily precipitation intensity projected for the 21st Century: Seasonal changes over the Pyrenees*, López-Moreno, J. I., Beniston, M., *Theoretical and Applied Climatology* 95, 375-384, 2008.
- [17] *Precipitation dynamics in southern Spain: trends and cycles*. Ruiz Sinoga, J.D., Garcia Marin, R., Martinez Murillo, J.F., Gabarron Galeote, M.A., *International Journal of Climatology* 31(15), 2281-2289, 2011.
- [18] *Spatial and temporal variability of annual precipitation during 1961–2006 in Yellow River Basin, Chin.*, Liu, Q., Yang, Z., Cui, B., *Journal of Hydrology* 361 (3–4), 330–338, 2008.
- [19] *A statistical analysis of the daily precipitation over Serbia: trends and indices*, Unkasevic, M., Tomic, I., *Theoretical and Applied Climatology* 106 (1–2), 69–78, 2011.
- [20] *Analysis of precipitation series for Belgrade*, Tomic, I., Unkasevic, M., *Theoretical and Applied Climatology* 80 (1), 67–77, 2005.
- [21] *Mapping average annual precipitation in Serbia (1961–1990) by using regression kriging*. Bajat, B., Pejovic, M., Lukovic, J., Manojlovic, P., Ducic, V., Mustafic, S., *Theoretical and Applied Climatology* 112, 1–13, 2013.
- [22] *Methods of Multivariate Analysis, second edition*, Rencher, A., Brigham Young University, John Wiley & Sons Inc. Publication, 2002.
- [23] *Teorijske osnove i proširenje oblasti primene strukturne analize dnevnih hidroloških serija*, Radić, Z.M., Mihailović, V., *Vodoprivreda* 38 (219-221), 3-22, 2006.