

UDK 624.014.2

PRORAČUN ČELIČNIH KONSTRUKCIJA SA POLUKRUTIM VEZAMA PREMA EVROKODU 3

Srđan Živković¹, Predrag Lukić²

Rezime: U ovom radu prikazan je postupak proračuna čeličnih konstrukcija sa polukrutim vezama prema Evrokodu 3, u funkciji rotacione krutosti veze koja je definisana nagibom tangente na krivoj $M\Phi$ karakteristike veze. Za određivanje početne krutosti veze koristi se takozvana „komponentalna metoda“. Suština ove metode sastoji se u dekomponovanju (rastavljanju) veze na relevantne komponente. Određivanje rotacionog odgovora veze na ovaj način, svodi se na određivanje geometrijskih karakteristika različitih komponenta u vezi. Zbog toga se ova metoda može primeniti na veći broj tipova i konfiguracija veza. U radu je prikazan numerički primer jedne okvirne konstrukcije sa polukrutim vezama.

Ključne reči: Evrokod 3, polukrute veze, rotaciona krutost veze, komponentalna metoda.

DESIGN OF STEEL STRUCTURES WITH SEMI-RIGID JOINTS ACCORDING TO EUROCODE 3

Abstract: The paper presents the procedure of design of steel structures with semi-rigid connections according to Eurocode 3, in the function of the rotational rigidity of the connection which is defined by the gradient of the tangent on the $M\Phi$ curve of the joint characteristics. For determination of the initial rigidity of the joint is used the so called “component method”. For this reason, this method can be applied for a number of joint types and configurations. The paper presents a numerical example of a frame structure with semi rigid connections

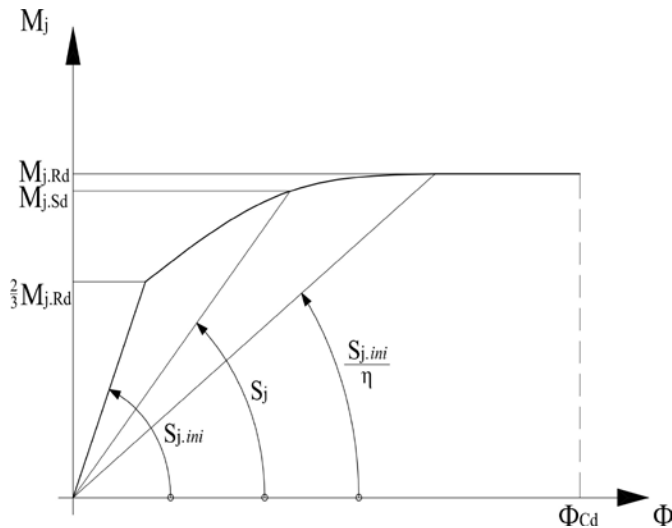
Keywords: Eurocode 3, semi-rigid joints, rotational joint rigidity, component method.

¹ Mr Srđan Živković, dipl. inž. građ., asistent, srle.26@open.telekom.rs, Građevinsko-arhitektonski fakultet Univerziteta u Nišu

² Predrag Lukić, master inž. građ., student doktorskih studija, pedjoni87@hotmail.com, Građevinsko-arhitektonski fakultet Univerziteta u Nišu

1 UVOD

U Evrokodu 3, deo 1-8: Proračun veza, definisan je postupak za određivanje zavisnosti između momenta savijanja (M) i relativnog ugla obrtanja (Φ) u preseku na mestu veze, slika 1 [1].



Slika 1. Nelinearna kriva prema EC3 -1-8

Ovom računskom karakteristikom „moment-rotacija“³ veze, [2], definišu se sva tri glavna svojstva posmatrane veze:

1. rotaciona krutost,
2. momentna otpornost i
3. kapacitet rotacije.

Računska momentna otpornost veze ($M_{j,Rd}$) jednaka je najvećoj vrednosti momenta savijanja na dijagramu karakteristike moment-rotacija, dok je rotaciona krutost veze (S_j) jednaka sekantnoj krutosti.

2 MATEMATIČKI MODEL POLUKRUTE VEZE

U opštem slučaju, deformabilna veza između dva štapa omogućuje izvestan stepen dodatne relativne pomerljivosti u ravni spoja u pravcima svih generalisanih pomeranja što za linijski element u ravni znači: relativno horizontalno i vertikalno pomeranje i obrtanje preseka na mestu spoja. Kako su za većinu okvirnih konstrukcija, vertikalna, pa i horizontalna

pomeranja (proklizavanja) veza, zanemarljivo mala u odnosu na relativno obrtanje preseka na mestu veze, [3], [4], uticaj deformabilnih veza može se modelirati pomoću elastične opruge čija je rotaciona krutost $S_{i(k)}$, [5]. Ovim koeficijentom obuhvata se uticaj rotacione krutosti veze na promenu statičkih i deformacijskih veličina u konstrukciji. Brojna vrednost rotacione krutosti veze štapa „ ik “ na kraju i , odnosno k , određena je izrazom:

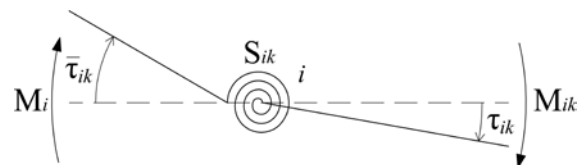
$$S_{i(k)} = \frac{M_{i(k)}}{\Phi_{i(k)}} \quad (1)$$

gde su:

$M_{i(k)}$ - moment savijanja na mestu veze u čvoru i , odnosno k i

$\Phi_{i(k)}$ - relativno obrtanje veze u čvoru i , odnosno k .

Rotaciona krutost veze, u geometrijskom smislu, predstavlja vrednost tangensa ugla koga tangenta na krivoj moment-rotacija veze gradi sa apscisom, odnosno nagib krive $M - \Phi$ veze [2], slika 2.



Slika 2 - Matematički model polukrute veze

3 ODREĐIVANJE POČETNE KRUTOSTI VEZE $S_{j,ini}$

Za određivanje početne krutosti veze koristi se takozvana „komponentalna metoda“ (Zoetemeijer, 1983.) [7]. Suština ove metode sastoji se u dekomponovanju (rastavljanju) veze na relevantne komponente. Određivanje rotacionog odgovora veze na ovaj način, svodi se na određivanje geometrijskih karakteristika različitih komponenta u vezi. Zbog toga se ova metoda može primeniti na veći broj tipova i konfiguracija veza. Ona se takođe može lako proširiti i na nove tipove veza, kao na primer, na kompozitne veze kao što su spregnute veze beton-čelik, pod uslovom da su deformacije poznate za sve komponente u vezi tj. koeficijenti krutosti (k_i) i da se ponašanje veze može predstaviti modelom pomoću seta opruga [6].

³ „ $M-\Phi$ “ karakteristika veze.

Tabela 1 – Pregled komponentata za različite tipove veza

Komponenta	Br. komp.	Sa čeonom pločom	Zavarena	Sa priključnim ugaonicima na nožicama grede
Panelna zona na rebu stuba izložena smicanju	1	√	√	√
Rebro stuba izloženo pritisku	2	√	√	√
Nožica stuba izložena savijanju	3	√	–	√
Rebro stuba izloženo zatezanju	4	√	√	√
Čeona ploča izložena savijanju	5	√	–	–
Priključni ugaonici na nožicama izloženi savijanju	6	–	–	√
Zavrtnjevi izloženi zatezanju	7	√	–	√
Zavrtnjevi izloženi smicanju	8	–	–	√
Zavrtnjevi izloženi pritisku po omotaču rupe	9	–	–	√

U tabeli 1 dat je pregled komponenti veza koje treba uzeti u obzir pri sračunavanju početne krutosti za određene tipove veza.

Početna krutost veze $S_{j.ini}$ se sračunava za polje napona i deformacija komponentata veze u elastičnoj oblasti. Ponašanje svake komponente u vezi je, za polje napona i deformacija u zoni elastičnosti, predstavljeno elastičnim oprugama. Do izraza pomoću kojeg se može sračunati rotaciona krutost veze dolazi se polazeći od same definicije krutosti, koja je predstavljena jednačinom (1):

Kako je obrtanje veze posledica zbira deformacija svih njenih pojedinačnih komponenti, zavisnost između momenta u vezi (M_j) i rotacije veze (Φ_j) je ekvivalentna zavisnošću između sile koja deluje na pojedinu komponentu, slika 3 [6]:

$$F_i = \frac{M_j}{z} \quad (2)$$

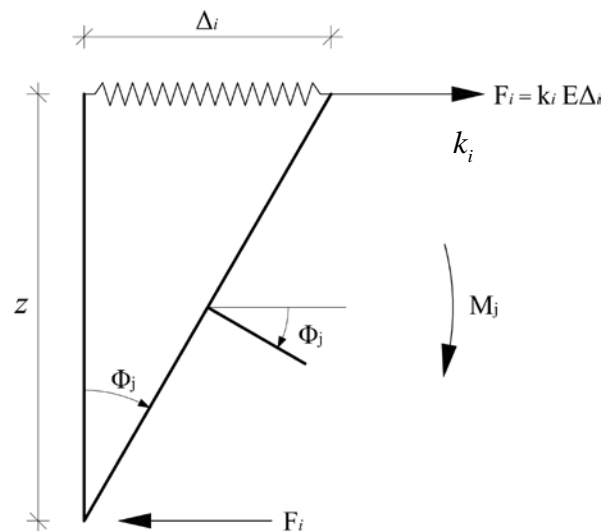
i deformacije same komponente u pravcu dejstva sile (Δ_i). Obrtanje veze usled deformacije Δ_i jednako je:

$$\Phi_i = \frac{\Delta_i}{z} \quad (3)$$

gde je z rastojanje između težišta zategnute zone i težišta odgovarajuće pritisnute zone. Kod zavarene veze gređa-stub ovo rastojanje je jednako rastojanju između težišta nožica grede. Imajući ovo u vidu izraz (1) može se modifikovati na sledeći način:

(2), (3) \rightarrow (1) \Rightarrow

$$S_{j.ini} = \frac{F_i \cdot z}{\Delta_i} = \frac{F_i \cdot z^2}{\Delta_i} \quad (4)$$



Slika 3 – Matematički model komponente veze

Veza između elastične deformacije i -te komponente veze (Δ_i), i sile koja tu deformaciju izaziva (F_i) može se napisati kao:

$$F_i = K_i \cdot \Delta_i = k_i \cdot E \cdot \Delta_i \Rightarrow \quad (5)$$

$$\Delta_i = \frac{F_i}{k_i \cdot E} \quad (6)$$

gde su:

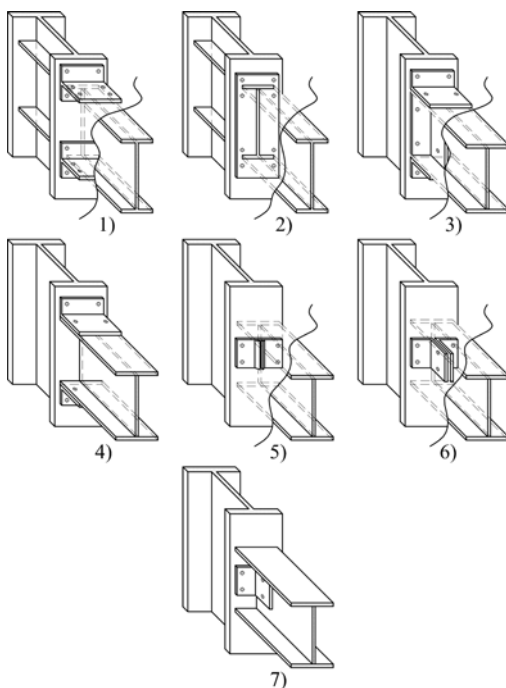
- k_t - krutost i -te komponente veze na deformaciju (Δ_t) u pravcu dejstva sile (F_t),
- $k_t = \frac{K_t}{E}$ - koeficijent krutosti i -te komponente.

Konačno, kada se u jednačinu (4) zameni jednačina (5), početna (inicijalna) krutost veze definisana je sledećom relacijom:

$$S_{j.ini} = \frac{E \cdot z^2}{\frac{1}{k_i}} \quad (7)$$

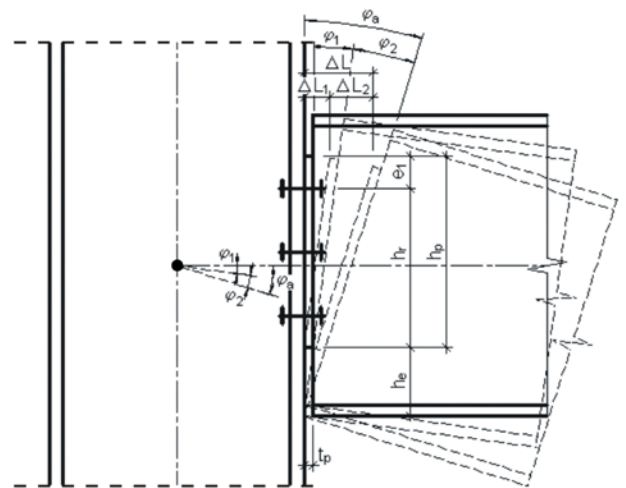
4 ANALIZA PONAŠANJA VEZA

Na slici 4 prikazani su tipovi najčešće korišćenih veza kod čeličnih okvirnih konstrukcija. Brojni eksperimenti su pokazali da se realne veze ponašaju *nelinearno* zbog postepenih, neravnomernih deformacija elemenata veze (priključnih limova, priključnih ugaonika, čeonih ploča, sredstava za vezu i td.). Nelinearno ponašanje veza dodatno komplikuje nelinearno ponašanje čitave konstrukcije, pored već prisutnih geometrijskih i materijalnih imperfekcija, rezidualnih napona usled zavarivanja, koncentracija napona i lokalnih sekundarnih efekata kao što su panelna zona deformacije i post kritično ojačanje materijala [6].



Slika 4 - Karakteristični tipovi veza greda-stub

U opštem slučaju deformabilna veza štapova može da obezbedi izvestan stepen relativne pomerljivosti u pravcima svih generalisanih pomeranja, što za linijski element u ravni znači: horizontalno i vertikalno pomeranje i obrtanje. Kako su za većinu čeličnih okvirnih konstrukcija vertikalna, pa i horizontalna pomeranja (proklizavanja) veza zanemarljivo mala u odnosu na obrtanje veze, u cilju pojednostavljenja problema (a što bitno ne utiče na tačnost dobijenih rezultata) u daljoj analizi razmatraće se samo rotaciono ponašanje veze (slika 5).



Slika 5 - Rotacija veze

Relativni ugao rotacije veze (slika 5) možemo dobiti iz relacije:

$$\Phi = \varphi_a = \varphi_1 + \varphi_2 = \arctg \frac{\Delta L}{h_p + h_e}, \quad (4)$$

gde je: ΔL - ukupno horizontalno pomeranje posmatrane tačke na vezi a $(h_p + h_e)$ - vertikalno rastojanje posmatrane tačke u vezi do centra rotacije veze (poluprečnik rotacije veze).

Rotacija deformabilnih veza obavlja se na račun lokalnih deformacija koje se javljaju u preseku na mestu veze. U zavisnosti od nivoa napreznja ove deformacije mogu biti **elastične, elasto-plastične ili plastične**. Na osnovu eksperimentalnih rezultata došlo se do saznanja da se ove deformacije mogu raščlaniti na:

- **deformacije spoja** koje su posledica deformacija elemenata spoja kao što su: čeonu ploča, priključni elementi (limovi, ugaonici), zavrtnevi, nožice stuba, rebro stuba u zoni zatezanja i td.

- **smicanje rebra stuba** koje nastaje usled dejstva konjugovanih sila istog intenziteta ali suprotnog smera koje deluju u nivou zategnute odnosno pritisnute nožice grede i formiraju u rebru stuba polje smicanja.

Osnovne osobine veze na osnovu kojih se može definisati uticaj veze na ponašanje okvirnih konstrukcija dobijaju se na osnovu krive moment-rotacija. Ova kriva često se u literaturi naziva $M - \Phi$ karakteristika veze. Ona opisuje zavisnost između momenta savijanja koji deluje u preseku na mestu veze (M) i rotacije krajnjeg poprečnog preseka grede u odnosu na stub sa kojim je spojena (Φ). Sva tri glavna parametra kojima se karakteriše ponašanje jedne veze: rotaciona krutost, otpornost i rotacioni kapacitet, mogu se dobiti na osnovu ove krive. **Rotaciona krutost veze** definisana je nagibom tangente na krivoj $M - \Phi$, **otpornost veze** maksimalnom vrednošću M u $M - \Phi$ karakteristike veze, dok je **rotacioni kapacitet veze** definisan graničnom rotacijom dostignute pri graničnoj nosivosti.

Treba napomenuti, da uticaj deformabilnih veza na ponašanje konstrukcije ne zavisi samo od rotacione krutosti, otpornosti i kapaciteta rotacije veze. Naime, veza se ne može posmatrati izolovano iz konstrukcije već samo u sklopu sa susednim elementima. Rezultati eksperimenata ukazuju da se jedna veza u zavisnosti od položaja u konstrukciji ponaša na različite načine.

Rezultati ispitivanja nekoliko karakterističnih tipova veza (slika 6), pokazuju da je $M - \Phi$ kriva nelinearna funkcija. Idealno krutim vezama odgovara vertikalna a idealno zglobnim vezama odgovara horizontalna linija u $M - \Phi$ koordinatnom sistemu. Strogo teorijski gledano veze između ova dva ekstremna slučaja mogu se svrstati u „polukrute“ (semi-rigid) tj. deformabilne veze štapova.

Krive prikazane na slici 6 dobijene su na osnovu rezultata ispitivanja za različite tipove veza. Na osnovu ovih $M - \Phi$ karakteristika veza, mogu se doneti sledeći opšti zaključci [6]:

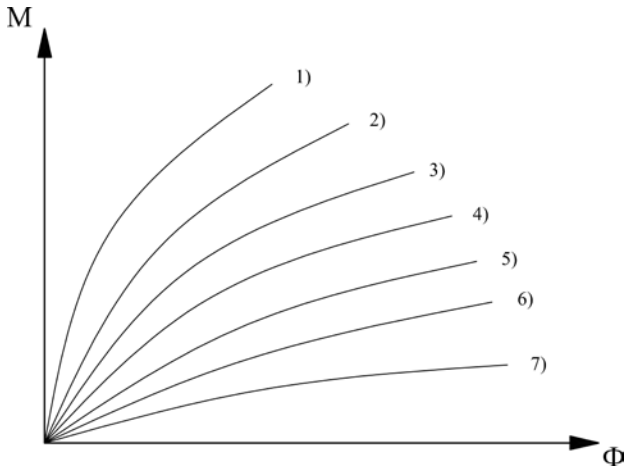
- sve krive su nelinearne sa smanjenjem rotacione krutosti pri povećanju rotacije;
- različite veze mogu imati značajno različitu rotacionu krutost i otpornost;
- početna (inicijalna) rotaciona krutost koja je jednaka nagibu tangente na krivoj $M - \Phi$ u koordinatnom početku značajno se razlikuje za različite tipove veza;
- kod dvoosno simetričnih veza pri promeni pravca rotacije (rasterećenju) veze

rotaciona krutost je približno jednaka početnoj rotacionoj krutosti;

- kriva moment-rotacija veze može se raščlaniti na tri segmenta (slika 7), i to:
 - prvi segment predstavlja elastično ponašanje veze, kriva u ovoj oblasti se može aproksimirati pravom linijom koja spaja koordinatni početak sa tačkom koja označava trenutak dostizanja momenta za polje napona na pragu tečenja (M_e, Φ_e). Početna rotaciona krutost (S_{ini}) brojno je jednaka nagibu tangente na krivoj $M - \Phi$ i dakle, ima konstantnu vrednost sve dok moment savijanja ne dostigne vrednost momenta savijanja na pragu tečenja u preseku na mestu veze;
 - drugi segment predstavlja elasto-plastično ponašanje veze. Rotaciona krutost veze pri ovakvom nivou naprezanja ($S_{red.}$) nalazi se između momenta savijanja za polje napona na pragu tečenja u preseku na mestu veze (M_e, Φ_e) i momenta savijanja za polje napona u plastičnoj oblasti (M_p, Φ_p);
 - za momente savijanja, u preseku na mestu veze, iznad momenta savijanja koji odgovara polju napona pri punoj plastifikaciji, rotaciona krutost veze se drastično smanjuje. Ovu oblast karakteriše postkritično ponašanje veze, odnosno ojačanje osnovnog materijala veze. Kada moment savijanja u preseku na mestu veze dostigne graničnu vrednost (M_u), rotaciona krutost veze je jednaka nuli, pa se dijagram nadalje može aproksimirati horizontalnom linijom.

Poznavanjem momenata savijanja M_e , M_p i M_u i njima odgovarajućih rotacija Φ_e , Φ_p i Φ_u moguće je odrediti i $M - \Phi$ karakteristiku veze. Iako je

ovakva idealizacija $M - \Phi$ karakteristike veze izuzetno korisna za teorijska razmatranja i analizu ponašanja veze, ona je ipak veoma složena za praktičnu upotrebu.



Slika 6 – Krive moment-rotacija za karakteristične tipove veza greda-stub prikazane na slici 4

Da bi se izvršila kvantitativna i kvalitativna analiza veza, krive moment-rotacija su modelirane u vidu matematičke funkcije. Matematička funkcija koja opisuje $M - \Phi$ karakteristike veze, treba da bude [6]:

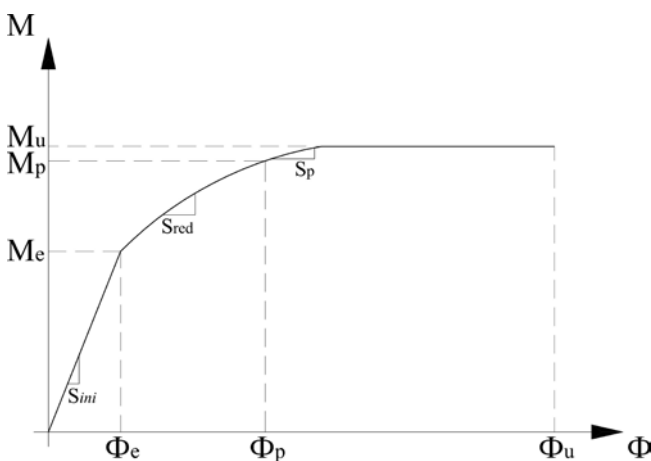
jednostavna, sa malo parametara koji se lako mogu odrediti,

da ima jasno fizičko značenje,

da je numerički stabilna,

da nema negativan prvi izvod i

da može da obuhvati što veći broj različitih tipova veza.

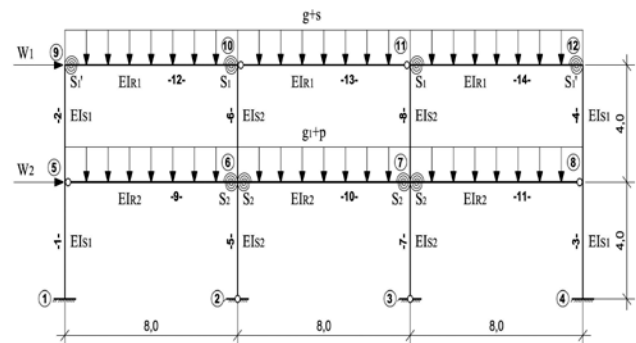


Slika 7 – $M - \Phi$ karakteristika veze

6 NUMERIČKI PRIMER

Radi ilustracije izložene teorije proračuna konstrukcija sa polukrutim vezama prikazane u ovom radu, obrađen je primer rama čiji je matematički model i opterećenje dat na Slici 8, gde je raster nosača u osnovi $\lambda = 6,00m$. Analiziraće se rotaciona krutost veza S1, S1' i S2, i to za [6]:

- rigle rama idealno zglobno vezane za stubove;
- rigle rama idealno kruto vezane za stubve i
- sa realno izvedenim vezama rigli za stubove rama.



Slika 8 – Konstrukcijski model i opterećenje
Primer sa realnim vezama (S1, S1' i S2)

Osnovni materijal: S235JRG2.

Rigle rama - štapovi 5-6, 6-7, 7-8, valjani profil IPE 500, štapovi 9-10, 10-11, 11-12: valjani profil IPE 300.

Stubovi rama - štapovi: 1-5, 5-9, 4-8, 8-12, valjani profil HEA 200, štapovi 2-6, 6-10, 3-7, 7-11: valjani profil HEA 220.

Pripadajuće opterećenje po jednom okvirnom nosaču:

1) stalno opterećenje

$$g' = 0,80 \times 6,0 = 4,8 \text{ kN / m}$$

$$g_1' = 3,50 \times 6,0 = 21,00 \text{ kN / m}$$

2) korisno opterećenje

$$p = 2,50 \times 6,0 = 15,00 \text{ kN / m}$$

3) opterećenje snegom

$$s' = 1,00 \times 6,0 = 6,00 \text{ kN / m}$$

4) opterećenje vetrom

$$W_1 = 0,60 \times 6,0 \times 2,0 = 7,2 \text{ kN}$$

$$W_2 = 0,60 \times 6,0 \times 4,0 = 14,4 \text{ kN}$$

5) ekvivalentne horizontalne sile od stalnog opterećenja (1)

$$\phi G' = 0,00265 \cdot 4,8 \cdot 24 = 0,31kN$$

$$\phi G_1' = 0,00265 \cdot 21 \cdot 24 = 1,34kN$$

6) ekvivalentne horizontalne sile od korisnog opterećenja (2)

$$\phi P = 0,00265 \cdot 15 \cdot 24 = 0,95kN$$

7) ekvivalentne horizontalne sile od snega (3)

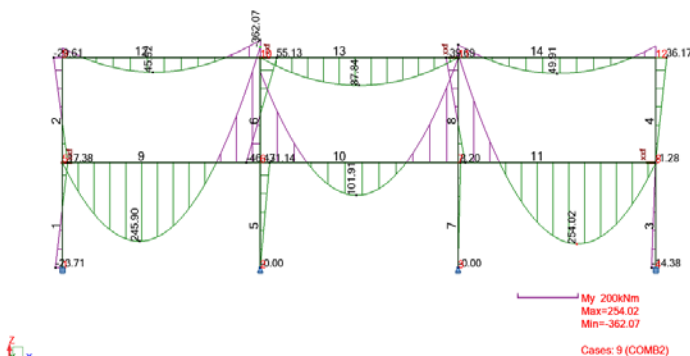
$$\phi S = 0,00265 \cdot 6 \cdot 24 = 0,38kN$$

Gde su kombinacije dejstva za granično stanje nosivosti- ULS, prikazane u tabeli 2:

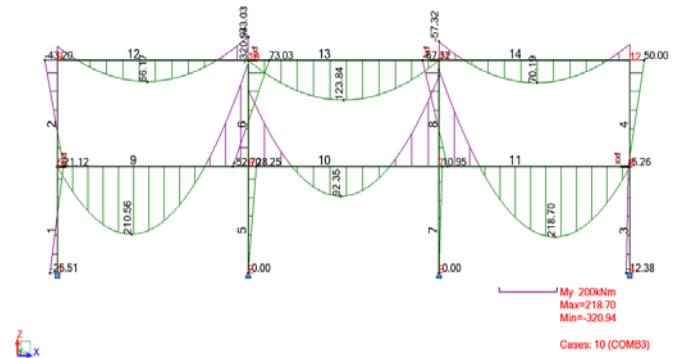
Tabela 2 – Kombinacije dejstva za granično stanje nosivosti

Br.	Kombinacija dejstva
(C1)	$1,35[(1)+(5)]$, $1,5 \cdot 0,7 \cdot [(2)+(6)]$, $1,5 \cdot 0,5 \cdot [(3)+(7)]$, $1,5 \cdot 0,6 \cdot (4)$,
(C2)	$1,35[(1)+(5)]$, $1,5 \cdot [(2)+(6)]$, $1,5 \cdot 0,5 \cdot [(3)+(7)]$, $1,5 \cdot 0,6 \cdot (4)$,
(C3)	$1,35[(1)+(5)]$, $1,5 \cdot [(3)+(7)]$, $1,5 \cdot 0,7 \cdot [(2)+(6)]$, $1,5 \cdot 0,6 \cdot (4)$,
(C4)	$1,35[(1)+(5)]$, $1,5 \cdot (4)$, $1,5 \cdot 0,7 \cdot [(2)+(6)]$ $1,5 \cdot 0,5 \cdot [(3)+(7)]$.

Dijagrami momenata savijanja za merodavne kombinacije opterećenja (C2) i (C3) su prikazani na slikama 9 i 10.

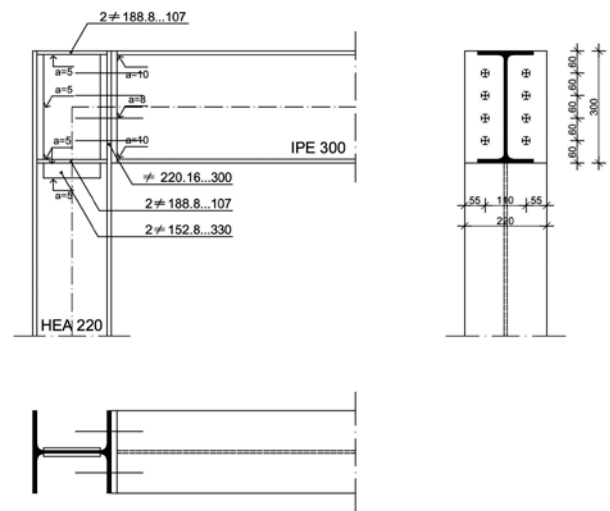


Slika 9 – Dijagrami momenata savijanja za kombinaciju dejstva (C2)

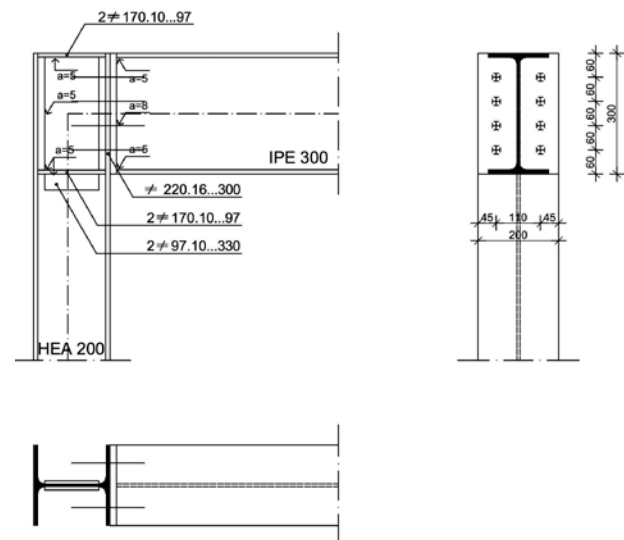


Slika 10 – Dijagrami momenata savijanja za kombinaciju dejstva (C3)

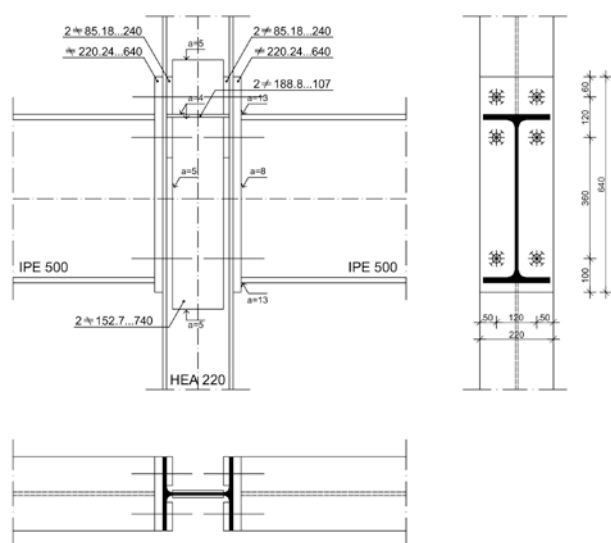
Na slikama 11, 12 i 13 prikazane su veze greda stub na osnovu kojih je izvršen proračun rotacione krutosti veza.



Slika 11 – Dispozicija jednostrane veze greda-stub S1



Slika 12 – Dispozicija jednostrane veze greda-stub S1'



Slika 13 – Dispozicija dvostrane veze greda-stub S2

Rotaciona krutost veza, početna rotaciona krutost veza S1, S1' i S2, kao i njihova klasifikacija prema krutosti i prema nosivosti je prikazana u tabeli 3.

Tabela 3 – Prikaz rotacionih krutosti veza S1, S1' i S2

Tip veze	Rotaciona krutost veze $S_{j,n}$ [kNm / rad]	Početna rotaciona krutost veze $S_{j,n,ini}$ [kNm / rad]	Klasifikacija prema krutosti $S_{j,ini} > S_{j,rig}$ [kNm / rad]	Klasifikacija prema nosivosti $M_{j,Rd} > 2M_{c,pl,Rd}$ $M_{j,Rd} > 0,25M_{c,pl,Rd}$ [kNm]
S1	9137,87	26043,96	veza se klasifikuje kao kruta	veza se klasifikuje kao delimično-nosiva.
S1'	13917,59	22611,11	veza se klasifikuje kao kruta	veza se klasifikuje kao delimično-nosiva.
S2	52192,11	131002,20	veza se klasifikuje kao kruta	veza se klasifikuje kao potpuno-nosiva.

7 ZAKLJUČAK

Na osnovu dobijenih rezultata može se zaključiti da na vrednost rotacione krutosti veza utiče kako vrednost momenta savijanja na mestu veze tako i geometrisjke karakteristike svih pojedinačnih komponenata u vezi. Najmanju rotacionu krutost

$S_{j,1} = 9137,87 \text{ kNm / rad}$ ima veza S1, a najveću veza S2 koja iznosi $S_{j,2} = 52192,11 \text{ kNm / rad}$.

U pogledu klasifikacije prema nosivosti veze S1 i S1' se klasifikuju kao delimično nosive $M_{j,Rd} > 0,25M_{c,pl,Rd}$, dok se veza S2 klasifikuje kao potpuno nosiva $M_{j,Rd} > 2M_{c,pl,Rd}$.

Sve konstruisane i dimenzionisane realne veze – S1, S1' i S2 klasifikovane su, shodno EN 1993-1-8 prema krutosti, kao krute veze, odnosno kao veze koje imaju dovoljnu rotacionu krutost tako da se može primeniti globalna analiza zasnovana na punom kontinuitetu.

LITERATURA

- [1] EN 1993-1-8:2005 EVROKOD 3: PRORAČUN ČELIČNIH KONSTRUKCIJA, DEO 1-8: PRORAČUN VEZA, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu, 2006.
- [2] S. Živković, M. Mijalković: KLASIFIKACIJA M-Φ KARAKTERISTIKA POLUKRUTIH VEZA U OKVIRNIM ČELIČNIM KONSTRUKCIJAMA, Zbornik radova Građevinsko-arhitektonskog fakulteta br. 23, Univerzitet u Nišu, Građevinsko-arhitektonski fakultet u Nišu, Niš, 2008. god.: 65-75.
- [3] S. Živković, N. Stojković: "Uticaj debljine čelone ploče i prečnika zavrtnjeva na M-Φ karakteristike veza greda-stub", Zbornik radova Građevinsko-arhitektonskog fakulteta br. 24, Univerzitet u Nišu, Građevinsko-arhitektonski fakultet u Nišu, Niš, 2009. god.: 55-65.
- [4] S. Živković: "Analiza ponašanja realnih veza u okvirnim čeličnim konstrukcijama", Nauka+Praksa, Broj 12 (2), Niš, 2009.
- [5] Chen, W. F., Kishi, N.: Semi rigid steel beam-to-column connections, data base and modeling. J. Struct. Div. ASCE 115(1), 1989., 105-119.
- [6] Živković S.: Prilog proračunu čeličnih okvirnih konstrukcija sa deformabilnim vezama štapova, Magistarski rad, Građevinsko-arhitektonski fakultet Univerziteta u Nišu, 2009.
- [7] Zoetemeijer P.: Summary of the Research on Bolted Beam-to-Column Connections (period 1978-1983), Report No. 6-85-M, Steven Laboratory, Delft, 1983.